





Şırnak Üniversitesi Yayınları
No: 9
Akademi Serisi: 4

PAZARLAMA ve TÜKETİM TOPLUMUNA
ELEŞTİREL BİR BAKIŞ:
TÜKETİM KARŞITLIĞINA İLİŞKİN
NİTEL BİR MODEL

Mehmet Arslan TEKİNSOY

ISBN
978-605-88496-9-3

Genel Yayın Koordinatörü
Prof. Dr. Mehmet Emin ERKAN

Editör
Yrd. Doç. Dr. İbrahim BAZ

İç Düzen ve Kapak Tasarım
Mustafa Akbaş

Matbaa Sertifika No: 22114

Birinci Baskı
Aralık 2017
Mardin

Baskı-Cilt
Mardin Sesi Gazetecilik Matbaacılık
Yayıcılık Amb. Dağ. San. ve Tic. Ltd. Şti
www.mardinsesi.com.tr

Copyright© Şırnak Üniversitesi Yayınları
Yeni Mahalle Cizre Caddesi
Mehmet Emin Acar Kampüsü 73000 ŞIRNAK
Tel : +90 486 216 82 41- web : www.sirnak.edu.tr

HATALARIN DALGA KURAMI

Mehmet Arslan TEKİNSOY



SUNUŞ

Üniversiteler evrensel bilginin üretildiği ve toplumla paylaşıldığı yerlerdir. Bilginin paylaşılması birçok yol ile gerçekleşir. Toplum ve özellikle hedef kitle olan akademik çevrelerle bilgiyi paylaşmanın yöntemlerinden biri de yayıncılıktır. Yapılan her bilimsel yayın, bir yandan verilen emeğin kıymet bulması iken diğer yandan birçok yeni bilimsel çalışmanın kaynağı olma özelliğini taşımaktadır.

Dünya bilim ve düşünce tarihini etkileyecek birçok önemli fikir ve çalışma, yayına dönüşemediği için sahibi ile birlikte unutulup gitmektedir. İşte bu nedenle Şırnak Üniversitesi olarak akademisyenlerimizin yıllarca emek vererek hazırladıkları tezlerini yayınlamayı bilimsel bir gereklilik olarak gördük.

Bugüne kadar sadece sempozyum kitaplarımız ile yer aldığımız yayın faaliyetine yeni bir sayfa açarak doktora tezlerini de bilim insanlarının dikkatine sunmaya başladık.

Akademik çalışmaları içerik ve görsellik açısından en kaliteli şekilde araştırmacıyla ve okuyucuyla buluşturmanın çabası içerisindeyiz.

Basım ve yayın faaliyetlerimiz, Şırnak Üniversitesi'ni her an bir adım ileriye götürme hedefimizin önemli bir parçası olacaktır.

Bu vesileyle Şırnak Üniversitesi Yayınlarından eserleri yayınlanan akademisyenlerimize ve eserlerin hazırlık, baskı süreçlerinde katkı sağlayan yayın birimimize teşekkür ediyorum.

Yeni ufuklar açacak yeni kitaplarda buluşmak temennisiyle...

Prof. Dr. Mehmet Emin ERKAN
Rektör V

Mehmet Arslan TEKİNSOY

1947 İskender doğumlu olan Prof. Dr. M. Arslan TEKİNSOY, İstanbul Teknik Üniversitesi mezunu olup, doktora çalışmalarını da yine İstanbul Teknik Üniversitesi'nde tamamlamıştır. Çukurova Üniversitesi'nde 1983 yılında doçentliğe, 1990 yılında da profesörlüğe yükseltilmiştir. Uzmanlık alanı geoteknik ve zemin mekaniği olan TEKİNSOY, Ondokuz Mayıs Üniversitesi ve Kahraman Maraş Sütçü İmam Üniversitesi, Mühendislik Fakülteleri'nin kurucu dekanıdır.

Daha sonra bunlara ilave olarak Süleyman Demirel Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi'nde 6 yıl da dekanlık yapmıştır. Şırnak Üniversitesi'nde ise 2 yıl rektör yardımcılığında bulunmuştur. 12 yıl dekanlık ve 2 yıl rektör yardımcılığı gibi toplam 14 yıl idari görev ifa etmiştir.

Bunların dışında GAP projesi, Urfa Tüneli ve Atatürk Barajı inşaatındaki ilk teknik grupta yer almış ve teknik eleman olarak çalışmıştır.

Halen Şırnak Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde öğretim üyeliği görevini sürdürmektedir.

İçindekiler

Sunuş	V
Önsöz	IX
1.Giriş ve Çalışmanın Amacı	1
1.1. Giriş	1
1.2. Çalışmanın Amacı	3
2. Gerçek ve Hata Kavramı İle İlgili Yayınların Gözden Geçirilmesi	7
2.1. Gerçek ve Hata Kavramı	7
2.1.1. Hata Kavramında İdrakçi Kuram	13
2.1.2. Hata Kavramında İstatistiksel Görüş.....	14
2.2. Hata ve Olasılık Dalgaları	15
2.3. Gözlemlerin Uzayda Yayılışı ve Belirsizlikleri	18
3.Yöntem	23
3.1. Genel	23
3.2. Varsayımlar	24
3.2.1. Radyasyon ve Işık İçin Kurallar	26
3.2.2. Matematik Model İçin Gerekli Varsayımlar	27
3.3. Hataların Dalga Denklemi	36
3.3.1. Teorem ve Kanıtı	36
4. Sonuçlar ve Tartışması	47
4.1. Sonuçlar	47
4.1.1. İzdüşüm Veren Sistemlerde Hata Yayılışı	49
4.1.2. İzdüşüm Vermeyen Sistemlerde Hata Yayılışı	58
4.1.3. Hata Dalgalarında Güç Ve Yoğunluk	62
4.1.4. Hata Dalgalarının Olasılık Frekansları	67
4.2. Tartışma	71
Literatür Listesi	75

ÖNSÖZ

Bugüne değin hata kavramı, istatistik bir kavram olarak ele alınmış bulunmaktadır. Hata dengeleme hesabının temeli, rastgele değişmeler esasına dayandırılmıştır. Bu nedenle istatistikteki trend tanımına, köklü ve açıklayıcı bir kuram getirilememiştir. Çünkü gözlemler her ne kadar rastgele özellik taşıyıcılar da, zaman içinde dağılımları, rastgeleliğe uymamaktadır. Öte yandan ölçmecilikte yapılan pek çok ölçme (jeodezik astronomi dışında), zamandan bağımsız olarak ele alınmakta, dengeleme hesaplarında terk edilen bir öge olmaktadır. Aynı zamanda ışık-hata ikilisinin etkileşim biçimi de yeterince bilinmemekte ve hata yorumlarında, ışık etkileri terk edilmektedir.

Ayrıca fotogrametride kullanılan doğrusallık (kolinearite) ve eş düzlemlilik (koplanarite) koşulları, merkezsel izdüşüm geometrisi ile elde edilmektedir. İç ve dış yöneltmedeki bozulmalar alışıla gelen yolda, merkezsel izdüşümden olan sapınçlar olduğu varsayılmaktadır. Söz konusu fotogrametrik hatalar geometrik olarak, deterministik ve fiziksel düşünüş içinde açıklanmaya çalışılmaktadır. Bu düşünüş ile elde edilen geometrideki bozulma sonuçlarına, en küçük kareler dengelenmesi uygulanmaktadır. İşte fotogrametrideki deterministik ve fiziksel düşünüş ile varılan hata kavramı ile, istatistik olarak ele alınan hata kuramını birleştirici, aradaki geçişi sağlayıcı bir kuram da bulunmamaktadır.

Bu çalışmada, idrakçi ve istatistiksel kurama dayanılarak çıkarılan, hata kavramları arasında geçişi sağlayan ve birleştirici bir işlev gören hataların dalga kuramı ortaya konulmaya çalışılmıştır. Söz konusu kuram sonuçları, metrik olmayan resim çekme makineleri ile çekilen ve adi kartlara agrandisman baskılı resimlerin ayar (kalibrasyon) problemine uygulanmıştır. Yine aynı kuramın sonuçları, fotogrametrinin yer ölçmeleri ile ilgili poligon nivelmanı dengelemesine ve ölçmelerin zaman olarak ne kadarda bitmesi gerektiği problemine de uygulanmıştır. Çünkü yakın resim

fotogrametrisinde, metrik ve metrik olmayan resim çekme makineleri aynı ölçme inceliğini vermemektedirler.

Metrik olmayan resim makinelerinin mühendislik uygulamalarında kullanımının artması, bu tür makinelerin önemini arttırmış bulunmaktadır. Ayrıca bazı uygulamalarda metrik makineler, proje maliyetini arttırıcı işlev görmektedir. Metrik olmayan resim çekme makinelerinde ana nokta bulucularının olmaması, iç yöneltme büyüklüklerinin bilinmemesi, mercek distorsiyonlarının belirsizliği, piyasadan bulunacak kart ve film büzümlerinin yüksek basamaktan oluşları ayar sorununu önemli kılmaktadır. Ayrıca anılan resim makineleri ile çekilen negatif resimlerin çok küçük boyutlu oluşları, ölçme inceliği yüksek olan değerlendirme aygıtlarına gereksinmeyi arttırmaktadır. Öte yandan böyle küçük boyutlu negatif resimlerle çalışma, bazı mühendislik dallarında, uygulamacı mühendisler için alışılmamış bir durum ortaya çıkarmakta, stereoskop veya üçüncü dereceden bir değerlendirme aygıtının kullanılmasını zorlaştırmaktadır.

Yine bu çalışmada yukarıdaki sakıncaları ortadan kaldırmak ve pek çok mühendislik işlerinde yararlı olabilecek, adi kartlar üzerinde agrandisman baskılı resimler kullanılmıştır. Agrandisman baskılarda stereoskopik etki artmakta, ancak makinenin ayarından söz edilememektedir. Adi kart büzümlerinin resim koordinatlarına etkileri de bilinmemektedir. Kullanılan resim çekme makinesi ve agrandizör merceklerinin ortak distorsiyon, kırılma indisi etkileri de belirsizdir. Ayrıca uygulamada kullanılan söz konusu resim çekme makinesi ile ilgili net resim boyutlarına karşı gelen arazi alanı, çift resim değerlendirmeleri için hangi baz derinlik oranı ile resimlerin çekilmesi gerektiği, kullanılma sınırları da bilinmemektedir. Bu nedenle başlangıçta resimlerin çok iyi ayar edilmesi gerekir. İşte bu çalışmada yukarıda anılan sakıncaları ortadan kaldırmaya ve pek çok belirsizliğe yanıt verilmeye çalışılmıştır. Çünkü problemin ekonomik boyutları oldukça büyüktür.

Adana, 1981

Yazar bu kuramı ortaya koyabilmek için 7 yıl emek vermiştir. Geliştirilen kuramın değişik uygulamaları, kitapta oldukça yüklü bir hacim oluşturduğu için, uygulamalar kısmına yer verilmemiştir. Çünkü uygulamalarda pek çok hesaplama ve çizelgeler bulunmaktadır. Meraklı ve arzulu kişiler, eğer isterlerse, kitabın aslı; Şırnak Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü Kitaplığı'ndadır. Oradan bakıp inceleyebilirler.

Öte yandan; otuz altı yıl sonra, bu eserin basılmasına ön ayak olan Sayın Adem AHISKALI, genel sekreter İbrahim BAZ ve Rektör Mehmet Emin ERKAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Bunun yanında, kitabın bir disiplin içinde yazılmasında, gecesini gündüzüne katıp, büyük emek sarfeden İbrahim Behram UĞUR'a, desteklerini esirgemeyen Fikret ACAR'a ve Derya KARAKAYA'ya da sevgilerim ile birlikte teşekkürlerimi bildiririm.

Prof. Dr. Mehmet Arslan TEKİNSOY
Şırnak, Kasım 2017

I.

GİRİŞ VE ÇALIŞMANIN AMACI

1.1. Giriş

Hatalar kuramı ve dengeleme hesabına konu olan hatalar, kuralsız olarak ortaya çıkan hatalar kümesidir. Söz konusu hatalara neden olarak da ölçme yapan kişinin kendisi, çevre koşulları ve ölçme aygıtlarının kusursuz olmamaları gösterilmektedir. Hatalar kavramı ile gereğinden fazla, yinelenmeli ölçmeler durumunda karşılaşıldığından, her ölçme kendi belirsizliğini de birlikte içerir. Bu nedenle, Evren’de hataların bulunuşu ve belirsizliklerin nedenleri, iki ayrı kuramla açıklanmaya çalışılmıştır. Bunlardan biri idrakçi, öteki ise istatistiksel kuramdır.

Geçen yüzyıl boyunca, olaylara deterministik görüş açısı ile bakan idrakçi kuram yerine; bu yüzyılda istatistiksel kuram rağbet görmüş bulunmaktadır. Zira dengeleme hesabında pek çok deyim, geçen yüzyılın gerçek değer kavramı kullanılmadan da elde edilebilmektedir. Bu nedenle günümüzde gerçek değerden söz edilmesi, anlamsızlık taşımaktadır. Çünkü kesin değeri bilinmeyen bir büyüklüğün, gerçek değerinden söz edilemez. Kesin değerden bahsedilse bile, bu kez matematik modelin varsayım hatalarını taşıyacaktır. Oysa gözleme ve bilgi ile eş anlamlı olan ölçmeler, en

olası değer yakınında salınımlar yapan ve Evren'deki varlıkları, belli bir belirsizlikle görülebilen değerlerdir.

Evren'in gizlerini oluşturan belirsizliklerin yarattığı bir uzay tanımı ile karşı karşıya olan insan, tanıma ve bilme duygusu sonucu olaylara mantıksal çözüm ve yaklaşımlar getirmiştir. İşte pek çok olayın açıklanabilmesi için çağımızda, uzayda bir akışkan gibi akan ve dalgalanan olasılık akımlarından söz edilmeye başlanmıştır (32. s.227-230). Nedenleri üzerinde yeter derecede inceleme yapılan hatalar, bu sayede davranış biçimleri olarak da ele alınmış bulunmaktadır. Diyalektik bir yapı içeren hataların; neden ve davranış ikilisi olarak ele alınması, ikilem (dualite) ilkesi içinde gerçek anlamını kazanır. Etki yasası gereğince ortaya çıkan hata kavramı, tepki yasası gereğince de düzeltme olarak uygulamadaki pratik öznelliğine (karakterine) kavuşmuş olur.

Ölçme işlerinde temel postulat; birim kabul edilen büyüklüğün, gözlenen özellik içinde kaç kez yinlendiğinin bulunmasıdır. Başka deyişle birim varsayımına dayanarak normun belirtilmesidir (30.s.417). Buna göre ölçme, sayma işlemi ile yer değiştirmiş olmaktadır. Basitçe saymaya eşdeğer olarak alınmalarına rağmen ölçmeler, evrenin tek düze yapı göstermemesi nedeniyle, belli oranda belirsizlikle gerçekleştirilebilmektedir. Çünkü doğadaki pek çok olay, birbirleriyle etkileşim içindedir ve bu etkilerden dolayı, aranan özelliğin tümüyle soyutlanması olanaksızdır.

Yine ölçmeler insanlar tarafından, genelde görme duyusu veya ışık yardımı ile gerçekleştirilmektedir. Görme duyusu ise gözler yardımı ile beyin tarafından oluşturulan görüntü temeline dayanır. Radyasyon ve onun yansıtılması sonucu ortaya çıkan ışık ise, elektronik ölçmelerde kullanılmaktadır. Temel gözleme aracı ışık olduğuna göre, hatalar da ışığa modüle olmuş şekilde (ışığa bindirilmiş şekilde) uzayda yayılarak ölçme aygıtına ulaşmaktadır. Ayrıca ışığın kendi belirsizlikleri nedeni ile de ölçmelere sınırlama getirilmiş olmaktadır (27.s.21).

Bu günün dengeleme bilimi, görünen hatalar kavramına dayanılarak çıkarılan ve buna zıt işaretle eşiti alınarak bulunan düzeltme kareleri toplamının, bir en küçük olması esasına dayanmaktadır. Bu ilke ise; kuralsız olarak ortaya çıkan hataların, düzenli yanını oluşturan normal dağılım yasası sonucu bulunmaktadır (15.s.5-8;38.s.7)

Yine hataların uzaydaki yayılışları ve durumları hakkında, hataların artma yasası ile bilgi edinme olanak içine girmektedir. Bunda ise temel neden, Abbe kuramına göre objektif veya aygıtta gelen giriş mesajlarının; lineer, değişikliğe uğramamış, uzay ve zamanın birer fonksiyonu olmalarıdır (40.s.95). Bu kurama göre fotogrametride resim koordinatlarından uzay koordinatlarına geçişler ve hataların artma yasasının kullanılması olanak içine girmektedir. Hataların artma yasası ise, bağımsız değişkenlerin ortalama hatalarının bilinmesi durumunda; bir fonksiyonun ortalama hatasının nasıl bulunacağını göstermektedir. İşte bu yasaya göre yine fotogrametride, hata hesapları yapılabilmekte ve resim koordinatlarından yer koordinatlarına ilişkin hatalar tahmin edilebilmektedir (38.s.11)

Sonuç olarak hatalar; her ne kadar kuralsız olarak ortaya çıkıyorlar ise de, TIENSTRA, J.M. (1974)'nin de işaret ettiği gibi, "kuralsızlıklar ve dalgalanmalar içinde, düzenli yanların bulunup çıkarılması gerekir." Ancak böylelikle hatalar ve davranışları hakkında bilgi edinme olanağı doğmuş olur (37.s.18). Ayrıca ışık ölçmelerde temel ödev yüklenmiş olduğuna göre, bu yönden de hataların incelenmesi ve ışık-hata ikilisinin etkileşim biçimi ortaya konulmalıdır.

1.2. Çalışmanın Amacı

Herhangi bir olayı temsil eden fonksiyonda yinelenme veya periyodisite söz konusu ise titreşmeden, başka deyişle dalgalanmadan söz edilebilir. Bu tür fonksiyonlar genellikle dairesel veya trigonometrik fonksiyonlardır. Ölçme olaylarında da pek çok dalgalanma hareketine rastlanabilir. Örneğin, rüzgaretkisi

ile öne veya arkaya, sağa veya sola sallanan mirada yapılan yinelenmeli okumalarda, bir titreşim hareketi bulunur. Ayrıca bir teodolit ile yatay açı ölçmelerinde teodolit optik eksenini, bir sarkacın salınımları gibi alınabilir. Zaten bölümlendirme hatalarının kontrolü için verilen Heuvelink, Hauer, Willerv.s. yöntemleri; dalga fonksiyonları niteliklerini taşırlar (39.s.36-50). Elektronik, elektro-optik pek çok ölçme yöntemi; elektromagnetik dalgaların yayılması ve yansıtılması temeline dayandığı için (27.s.27), bunlara ilişkin hatalar da dalga niteliğine sahip olacaktır. Bu tür örnekler çoğaltılabilir ve pek çok pratik uygulama gösterilebilir.

Dalgalar da duran ve ilerleyen dalga olarak, ikiye ayrılmaktadır. Bir müzik aletinin tellerinin titreşmesi duran, çıkan sesin hava ile iletilmesi de ilerleyen dalgalara örnektir. Yukarıda sözü edilen ölçme yöntemlerinde bu tür dalga yapısı ile karşılaşmak olasıdır. İşte duran ve ilerleyen dalga yapısında olan hataların nedenlerini açıklayabilmek için, uzay ve zaman ilişkisi ile ele alınmaları gerekir. Ölçmelerde temel görevi radyasyon ve onun değişik görünümü olan ışık yüklenmiş olduğuna göre; ışığın yapısı da göz önüne alınarak hataların uzay içinde davranış biçimleri ile yayılışlarına bir açıklık getirilmelidir.

Dalga yapısı içinde zaman ve uzay boyutlarının birlikte bulunuşları, ölçmelerin zaman bakımından akılcı (rasyonel) olarak değerlendirilmesi olanağının olduğu izlenimini vermektedir. Bu sayede; ölçme yapan bir ekibin, uygun çalışıp çalışmadığı, kontrol içine girmiş olur.

İşte yukarıdaki nedenlerle bu çalışmada, aşağıdaki hedefler amaçlanmıştır:

- a) Hataların dalga yapısını gösterecek, matematik modelin kurulması için gerekli teorem ve ilişkileri aramak,
- b) Daha önce doğrulukları kanıtlanmış bilimsel bulgulara ters düşmeden, hata kavramına yeni boyutlar kazandırmak,

- c) Dengeleme hesabında dalga kavramının kullanılmasını göstermek,
- d) Hata nedenleri üzerindeki idrakçi ve istatistiksel görüş ile varılan sonuçları birleştirerek, daha açıklayıcı ve tamamlayıcı bilgilere yönelmek ,
- e) Hatalara ilişkin dalga kuramının Fotogrametri ve mühendislik ölçmelerindeki bazı uygulama örneklerini vermektedir.

II.

GERÇEK VE HATA KAVRAMI İLE İLGİLİ YAYINLARIN GÖZDEN GEÇİRİLMESİ

2.1. Gerçek ve Hata Kavramı

Bu bölümde hata kavramı ve nedenleri, uzaydaki durumları ve yayılışları ile türlü özellikleri hakkında; olanakların izin verdiği ölçüde, değişik araştırmacı ve yazarlar tarafından verilen bilgilere kısaca değinilerek, yayınlar gözden geçirilmeye çalışılacaktır. Amaç, çalışmada kullanılan yönteme hazırlık yapmak ve gerekli ön bilgileri toplayarak mütevazî şekilde deliller topluluğu oluşturmaktır.

Bilindiği gibi ölçme bilimi yeryüzünde olgunlaşmış en eski, matematik ve fizik kuralları yeterli şekilde geliştirilmiş, teknolojisi kurulmuş bir bilim dalıdır. Ayrıca tüm pozitif bilimlerle uğraşan kişilerin, yapmış olduğu gözlemleri değerlendirebilmeleri için kaçınılmaz ve temel olarak başvurulacak araçlardan biridir. Bu nedenle önce bilgi kaynakları ve bilginin elde edilişi, daha sonra hata ve nedenleri üzerinde çeşitli bilim adamlarının düşünceleri verilecektir. Temel amaç, evreni tanımak ve onun hakkında objektif bilgiler oluşturmaktır. Bu objektif bilgiler topluluğunun

ışığı altında evrenin gizlerini çözerek, insanoğluna mütevazı bir yarar sağlayabilmektir.

Özbek, T.(1976) ‘ye göre evren, bilinen veya varsayılan şey ve olayların tümüne verilen addır. Çeşitli dillerde, biri Latince kökten gelen “Universum” öteki ise Grekçe kökten gelen “Kosmos” sözcükleri ile deyimlendirilmektedir. Evren sözü hem sonsuz küçük, hem de sonsuz büyükler alemini kapsamaktadır (26.s.1). Evrenin anlaşılması ile insan düşüncesinin gelişimi arasında çok yakın bir ilgi vardır. En fazla takdir edilecek ve şaşılacak nokta, anlaşılan yeni yeni gerçekler ve insanın bu gerçekleri anlayabilme yeteneğidir. Bu ise makrokozmoz probleminin yeni şeklidir. İster evrenin derinliklerine inilsin, isterse insan aklının sırları araştırılsın, yine evrenle uğraşılıyor demektir (26.s.8).

Hirvonen, R.A. (1971)’e göre temel amaç, tüm yaşayanlar tarafından gözlenen bir sembol cümlesi ortaya konulduğunda, kişinin kendinde ve onun dışındakilerin şuurlarında benzer mantıksal işlemlerin oluşmasıdır. Söz konusu işlemler en basit şekilde, fiziksel gerçeklere ilişkin olaylar ve cisimlerin gözlemlenmeleriyle ortaya konulurlar. Bunlar üniformdurlar ve kişiye göre değişmezler. Örneğin türlü dillerde kullanılan bir sözcük veya başka bir simge, gerçek bir olay veya cisim için, tam doğru olduğu varsayımıyla kullanılır. Konuşma ve yazma ise ancak kavramlar yardımı ile olanaklıdır. Kavramların oluşumu da gözlemlere dayanan, tikele (endüksiyon) ve tüme (dedüksiyon) varım gibi iki farklı mantıksal işlemi içerir. Bilgi kuramının en anlamlı sonuçları, gözlemler ile karşılaştırılabilen, geçmiş veya gelecekteki olayları tahmin (Estimation) problemidir. Artan bilgi birikimi ile, tikele ve tüme varımlar, yaklaşım kurallarına göre değişiklik gösterirler. Örneğin bir olay hakkında ilk (priori) kavramının oluşumu, daha önce sık kullanılan belirsiz kavramların tanımları ile olanaklıdır. Kendi başına bir gözleme, daha önce yapılmış pek çok, temel gözlemlerin birer sonucudur. Başka bir deyişle bir gözleme sonucunun kaydı, ön kavram ve simgeleri gerektirir. Ayrıca gözlenen bir cisim veya olay, pek çok

ayrıntıları içerir. Gözleme sırasında benzer ve farklı olan yanlar kayda geçirilir. Bundan sonra sınıflamaya geçilir ki; sınıflama, kavramların oluşması için benzer ayrıntıların saptanmasıdır. Bir bilimsel araştırmada, farklı ayrıntılardan özellikle, aralarında düzgün kombinasyonları veya ilişkili (korelasyonlu) olanlar özel ilgiyi içerirler. Bir bilim dalının temel amacı, kendisi ile ilgili olaylar içinde değişmezliklerin araştırılmasıdır (17.s.109).

Tienstra, J.M. (1974)'e göre, bir deneyde belli bir değişkeni gözleyen kimse, ender olarak özdeş sonuçlar elde edebilir. Daha iyi hazırlık, fazla özen ve değişik yöntemlerin uygulanması; ilk bakışta herhangi bir farklılaşmayı yok edebileceği düşünülebilir. Ancak dikkatin özden çok ayrıntılara verilmesi, değişkenlerin yayılmasını azaltır. Bu nedenle pek çok belirsizlik ortaya çıkar. Belirsizlikleri tümüyle yok edecek, gözleme tekniklerinin geliştirileceğine inanmak için bir neden de yoktur (37.s.18).

Çevremizi saran fiziksel evren, birbirlerini etkileyen ve biri ötekinin yerini alamadığı, sürekli olaylar akımı ile doludur. Bu görüş açısına göre ölçme işlemleri, çevre koşullarından soyutlanamaz. Koşulların içerdikleri etkilerin sürekli değişimleri nedeni ile bir olay, hiçbir şekilde tümüyle aynı olarak yinelenemez. Çünkü yinelenme, olayların sürekli akımlarının durdurulmalarını gerektirir. Bu ise olanaklı değildir; zira bir olayın olduğu anda o, değişmez biçimde tarih olmaktadır (37.s.18).

Bunların dışında Heisenberg ilkesine göre de, sürekli hareket durumundaki parçacıklardan oluşan cisimlerin kendileri, sonuçların mutlak kesinliği ve ölçmelerin son inceliği (apostiriori hata) üzerindeki spekülasyonlara bir sınır koymaktadır (37.s.18).

Ilgım, B. (1979)'ye göre Heisenberg belirsizlik ilkesi insanın bilip, tanıma gücüne (h) Planck sabitine bağlı olarak bir sınır koymuştur. Kuant'lar kuramına göre, fiziksel büyüklükler istenildiği kadar ufak parçalara ayrılamazlar. En küçük bölünmeler, Planck kuvantumu tutarında olabilir. Şu halde bir

fiziksel sistemde, çarpımları (h) kuvantum sabiti tutarında olan iki büyüklük, aynı zamanda ölçülmek istenirse; bu iki büyüklüğün çarpımı kural olarak, tam (h) sabiti tutarından daha büyük bir yakınlıkla belirtilemez. Çünkü (h) Planck sabitinin kesirleri yoktur. Bu iki büyüklük belli bir incelikte ölçülebilirler (18.s.121). Bu nedenle her ölçme sonucu belli bir emniyetsizlikle ortaya çıkar (8.s.1) ve en ince teknikler bile uygulansa, deney gözlemelerinden elde edilen sonuçlarda, farklılığın önüne geçilememesi doğanın genel kuralıdır (37.s.18).

Yine Hirvonen, R.A. (1971)'e göre gözlemeler terimi, deney ve ölçmeler ile eş anlamlıdır. Cisim ve bunlarla ilgili iseler gerçek adını alırlar. Söz konusu cisim ve olaylar gözlenmeseler bile, onların var olduğuna karar verilir (17.s.108).

Ralston, A. (1965)'e göre her ölçme, birim kabul edilen bir büyüklüğe göre gözlenen değerin karşılaştırılmasıdır. Başka deyişle, bulunulan uzaya ilişkin normun belirtilmesidir (30.s.417). Buna göre bir ölçme işlemi, genel anlamda sayma işlemi ile yer değiştirebilmektedir (8.s.4).

İşte sayma işlemi ile eşdeğer olan ve Heisenberg ilkesine göre belli bir belirsizlikle ortaya çıkan ölçme değerleri, hata kavramını doğurmaktadır.

Tienstra, J.M (1974)'e göre; gözleme sonuçlarının kararsız olarak elde edilişleri, olanaklı ise, söz konusu kararsızlık ve dalgalanmalar içindeki düzenli olan özellikleri ortaya çıkarılmalıdır. Anılan özellikler, bir seri gözlemenin incelenmesi sonucu elde edilirler. Çünkü dalgalanmanın öznel (karakteristik) durumları, olanaklı olan incelikte gözlenmiş çok sayıda gözleme sonucu varsa açıklanabilir (37.s.18). Ölçme değerlerinin belli değere yakın değişik sonuçlar vermesi, hataların belli bir değer etrafında salınım yaptığı ve hataların dağılması kavramını ortaya çıkarmaktadır.

Grosman, W. (1962)'ye göre belirsizliğin doğurduğu hata kavramı; gözlenen herhangi bir olaya ilişkin gözleme

değerlerinin, olması gerekli bir değerden, küçük sapınçları olarak tanımlanmaktadır. Nedenleri ise yukarıda anlatıldığı gibi ölçmeye etki eden dış koşullar, ölçme aygıtlarının mükemmel olmaması ve ölçme yapan kişinin kendisidir (15.s.5-8).

Yine Tienstra, J.M. (1974)'e göre evrende olan olayların tanımı için, en önemli araç, modellerin kurulmasıdır. Model ise bir matematiksel kavramdan ibarettir. Örneğin, Euclid geometrisi ve küresel geometri uzaydaki özelliklerin; gazların kinetik kuramı gaz davranışlarının; akım çizgilerini deyimleyen formüller ise akım özelliklerinin tanınmaları için birer modeldir. Doğal olaylar, model büyüklükleri ile tanımlanırlar ve hiçbir zaman da mükemmel değildirler. Bu nedenle elde edilen bilginin nitelik ve niceliğine, kişinin yeteneğine göre iyi veya kötü modele sahip olmak olasıdır. Bundan dolayı model, insan düşüncesinin aracı olarak kalır ve gerçekten ayrılır (37.s.91). Evreni tanımak için yapılan gözlemler ile bilgi edinmek, ölçme işlemi ile eş anlamlıdır. Ölçmeler incelenmek istenirse, bir model kabulü ile işe başlanır. Yalnız modelleri gerçeklerle bir tutup, onlarda olayların kendilerini görmek doğru değildir. Modeller temsil ettikleri olayların iç yüzlerini belli etmezler. İnsanda anlama fonksiyonu için yardımcıdırlar. Bunların verdiği sonuçlar, deney sonuçları ile büyük bir yaklaşımla uyusurlarsa ileri sürülen model, söz konusu deney alanı için kullanılabilir (18.s.107). Bu nedenle evrendeki olaylar gözlenirken model hatalarını da birlikte taşırlar. Başka deyişle matematik ve fizik kuramlar tam olarak gerçeği yansıtmadıklarından, ölçülen değerler belli miktarlarda hataları da birlikte içerirler (8.s.2).

Gotthardt, E.(1974)'e göre, hatanın negatif işaret taşıdığı varsayılmaktadır. Bu varsayım ile birlikte, yukarıda tanımı verilen hata kavramı, gerçek değer (X) denilen ve olması gerekli bir ölçme değerinin var olması ile olanaklıdır. Diğer bir deyişle hatalı ölçülen değerlerle, hatasız veya gerçek gerekli değer karşılaştırılabilirse hata kavramı bir anlam kazanır (14.s.2). Gerçek bir değer var olduğunun varsayımı ise, gerçek hata ($-\epsilon_i$) kavramını ortaya

çıkarır. Bunlara göre ölçmeler, hatalı olarak elde edilebileceklerinden gerçek hata:

$$-\varepsilon_i = L_i - X \quad (2.1)$$

İle deyimlenebilir. Burada (i) indisi, yapılan gözlemleri deyimler ve 1'den n'ye kadar değerler alır (14.s.3).

Hata hesaplarında sınırlı bir incelik (doğruluk-presizyon) göz önüne alındığından; başka bir deyişle her ölçme değeri, belli bir belirsizliği içereceğinden; bir büyüklüğün pek çok kez ölçülmesi ile gerçek değerinin yerine, olasılıklı değerinin bulunabileceği de gözden uzak tutulmamalıdır (14.s.3).

Ulusoy, E. (1974)'e göre hataları içermeleri nedeniyle ölçme değerleri, düzeltme adı verilen büyüklükler kadar düzeltilmelidir. Doğal olarak etki ve tepki yasası gereğince, düzeltme ile hata, karşılıklı eşdeğer büyüklükleri içereceklerdir. Başka deyişle hatanın ve düzeltmenin işaretleri birbirlerine zıttır. Buna göre gerçek düzeltme (v) için

$$v_i = X - L_i \quad (2.2.a)$$

$$v_i - \varepsilon = 0 \quad (2.2.b)$$

deyimleri yazılabilir (38.s.7).

Ancak son zamanlarda gerçek değere karşı, itirazlar yükselmektedir. Tienstra, J.M.'nin gösterdiği üzere, dengeleme hesabındaki pek çok deyim gerçek değer kavramı kullanılmadan da çıkarılabilmektedir (8.s.15;37.s.227). Yazara göre ölçme sonuçlarındaki farkların gerçek hata olarak kabul edilmesi ve gerçek hata için geçerli bağıntılara göre değerlendirilmesi, tümüyle fiktif ve fiziksel anlamsızlık olarak değerlendirilmektedir (37.s.227). Ölçme hatalarını inceleyebilmek ve onlara engel olabilmek için, hataların oluş nedenlerini de göz önüne almak gerekir (15.s.6). Bu görüş açısına göre ölçme hatalarının oluş

nedenleri, iki ayrı kuramla açıklanmaya çalışılmaktadır. Bunlardan biri idrakçi, öteki ise istatistiksel kuramdır (8.s.12).

2.1.1 Hata Kavramında İdrakçi Kuram

Gözlemeler ile ölçmelerin eş anlamlı oldukları yukarıda verildiğine göre, gerçeği kavrama ve hataların nedeninin idrak'e bağlandığı görüşü ile ilgili, araştırmacıların fikirleri verilmeye çalışılacaktır.

Hirvonen, R.A. (1971)'e göre gerçek olan olaylar, gözlenmeseler bile var olduklarına karar verilir. Gerçeklerin tümü,gözlemeler yardımıyla keşfedilemezler. Çünkü gözlenebilseler de gözlenemeseler de cisimler ve olaylar gerçeği idrak edilir.

Cisim ve olaylar ile ilgili kurama kavram adı verildiğine göre, kavramlar düşüncede bulunurlar. Başka deyişle kavramlar, önceden gözlenmiş gerçek olan cisim ve olayların görünüş biçimleridir (imaj'ları). Kavramların tümü analiz, sentez ve ilgi kurularak; düşünme yolu ile şekillendirilmişlerdir. Dengeleme yardımı ile, biri kuramdan öteki ise gözlemelerden çıkarılan iki ayrı tür bilgi uyuşturulmaya çalışılır. Birincinin düzeltilmiş, ikincisinin ise hatalı olduğu düşünülür.

Aytaç, M. (1974)'e göre gerçek evren, geometri ve kuramsal fizikte tanımlanan evren ile hiçbir zaman üst üste düşmez. Çelişki önce nokta kavramı ile başlamaktadır. Geometrik olarak nokta, boyutsuz bir büyüklüktür. Oysaki kullanılış biçimi olarak nokta, sonlu genişlemeli cisimsel bir olaydır. Anılan her iki kavram, gözleme yapan kişinin düşüncesinde eşleştirilerek kullanılır. Başka bir deyişle zihinsel kurgu yapılır (8.s.13).

Yine Aytaç, M. (1974)'den öğrenildiği üzere GAST, P.'ye göre her ölçme sonucu, böyle kurgusal fonksiyonların bir toplamıdır. Bunlar kavram bakımından doğru olmasalar bile, pratik zorluktan ortaya çıkmaktadırlar. Örneğin bir boy ölçmesinde, ölçme şeridinin her iki ucunda kurgu aralığı adı verilen ideal bir boy

geriye kalır. Tüm kurgu aralıklarının geometrik toplamı, düzensiz ölçme hatalarını oluşturur. Eğer geometrik ve fiziksel bir model uygun seçilmez ise, hatalar ortaya çıkar (8.s.13).

2.1.2. Hata Kavramında İstatistiksel Görüş

Bu ayrıtı'da hata nedenlerini istatistik kuruma bağlayan görüş hakkındaki, bazı araştırmacıların görüşleri verilmeye çalışılacaktır.

Hirvonen, R.A (1971)'e göre; geçen yüzyıl boyunca fizik kuramları, yalnızca kesin tahmin ettiklerini ele almışlardır. Oysaki matematik modeller, yalnızca istatistik ümidi verirler. Evrenin bir durumunun tam tanımı, herhangi bir mantıksal modelin kesin yasaları ile verilemez. Anılanların durumları, çeşitli tahmin olasılıklarına göre verilebilir.

Dengeleme kuramında, tahminler ile gözlenen gerçekler arasındaki farklılıkların ekstrem nedenlerine gitmeye gerek yoktur. Yalnızca pratik amaçlar için bir matematik modele gerek vardır. Pratik olarak, yapılabilen en iyi gözlemlere uyan tam bir kuramın kurulması olanaksızdır.

Aytaç, M. (1974)'e göre, zamanın geçmesi sırasında her şey olabilir. Olası etmenlerin (faktörlerin) çeşitliliğinden dolayı, herhangi bir anda olan olay hiçbir zaman yinelenemez. Bunun anlamı hiçbir olayın, bir diğerine eşdeğer olmamasıdır. Bu nedenle aynı büyüklük üzerine yapılan ölçmeler, hiçbir zaman birbirlerinin aynı olamaz (8.s.12). Objektif olarak ortaya çıkan durum, sürekli yeni ve değişiktir. Fiziksel doğada değişim, karşı konulamayacak bir yasa ve gözleme hatalarına ilişkin dağılımlar ise; hatalarının açıklanabilmeleri için temel araçlardır. Ayrıca; gözleme sonuçlarını etkileyen hatalar, tek tek ele alınamayan pek çok elemanter hatalardan oluşmuştur (8.s.13).

Akla gelen başka bir soru da, doğruluğun daha duyarlı (prezisyonlu) aygıtlar kullanmakla arttırılıp arttırılamayacağıdır. Bu düşünce Heisenberg'in belirsizlik ilkesinden kaynaklanmaktadır. Bu ilke yardımı ile henüz 10^{-13} cm

boyutundaki elementer boylara el atılmaya ve doğruluğun arttırılmasına çalışılmaktadır. İnsanın etki eşiği ölçme aygıtları yardımı ile geçilse bile, optik ölçmelerde olduğu gibi çeşitli atmosferik olaylar ve Güneş ışığının pırlıltı yapması, doğruluğu sınırlayıcı etmenlerdir. Benzer olarak en ince mikroskobik ölçmelerde kullanılan ışığın dalga boyu da sınırlayıcı bir etmen oluşturmaktadır. Ayrıca aynalı galvanometredeki doğruluk derecesi, etrafı saran hava parçacıklarının Brown moleküler hareketleri ile sınırlıdır. Osilograf gözlemlerinde, elektronların hareketi başka bir sınırlayıcı etmendir. Tüm bunlardan çıkan sonuç, mutlak doğruyu bulmak olanaksızdır ve hatasız ölçme var olamaz. Bütün ölçmeler belli sınırlar içinde hatalı olarak ele alınmalıdır (8.s.14).

2.2. Hata ve Olasılık Dalgaları

Son yüzyılda yapılan pek çok bilimsel araştırma, olasılık dalgalarından ve doğadaki hiçbir büyüklüğün sabit olamayacağından söz etmektedir. Ancak sabit olduklarının varsayımı, pratik zorluktan doğmaktadır (14.s.2).

Öte yandan, bugüne değin pek çok ölçme ve hataların dengelenmesi probleminde, ışığın temel öge olduğu gerçeği gözden uzak tutulmuştur. Çünkü bütün ölçmeler sonuçta, göz aracılığı ile değerlendirilir ve belli tahminlerde bulunulur. Göz ile fotoğraf makinesi arasında yakın bir benzerlik vardır. Göz ve fotoğraf makinesinde görüntüler, dış koşullara bağlı olarak; örneğin optik kalınlığa göre, bir impuls responsu ile oluşurlar (12.s.55;23.s.52). Tahmin hataları da, kişinin göz yapısı ve kusurluluğu oranında gözlemede kullanılan ışığın, gözün duyarlı tabakası veya fotoğraf emülsiyonu üzerine taşıdığı momentum ve buna bağlı olarak, impuls responslarına göre ortaya çıkar. Bu nedenle gözleme veya ölçmelerde kullanılan ışığın dalga boyu da sınırlayıcı bir etmen olarak gözüktür. Çünkü bir fotonun taşıdığı momentum $p = hv/c$; $c = \lambda v$ bağıntıları ile verilmektedir.

Burada $h = (6.62517 \pm 0.00023).10^{-34}$ joule.sn değerindeki Planck sabiti, $c = (2.997930 \pm 0.000003).10^8$ m/sn değerindeki ışık hızı; ν ise l/sn boyutunda frekans ve λ da uzunluk boyutundaki ışığın dalga boyudur. Bu nedenle ışık momentumu (impulsa eşittir) dalga boyunun bir fonksiyonudur (32.s.116). Buna göre ışığın doğası hem korpüskül, hem de dalga özelliklerini birlikte içerirler.

Yukarıdaki nedenlerin ışığı altında ölçmeler, ışığa ve kişiye bağlı olarak zamana, mekana ve dalgasal özellikleri de bünyesinde taşıyarak, belirsizlik içerecektir. Anılan belirsizlikler ve sınırlayıcı etmenler altında hatalar doğacaktır. İşte bu ayrıtta hataların zamanla değişimleri, ışığın gözleme ile eş anlamlı olan ölçmedeki rolü ve olasılık dalgaları hakkında bazı yazarların düşünceleri verilecektir.

Gotthard, E. (1974)'e göre bütün ölçmeler, belirli miktarda hatalı olduklarından gerçek değer var olup olmadığı, her fiziksel büyüklüğün zamanla değişikliği göz önüne alınmalıdır. Fiziksel büyüklüğün zamanla değişiminin göz önüne alınması, bu yönde geliştirilen bir yöntemle ölçmelerin daha doğru (incelikle) belirtilmesi olanaklı olabilir demektir (14.s.2)

Ilgım, B. (1979)'a göre; göze gelen her türlü ışık etkisi atomlardan doğmaktadır. Bu nedenle ölçme işlemlerinde iletişimi sağlayan yegane araç olan ışığın doğası ve atom yapısı arasında sıkı bir ilgi vardır. Göze görünen ışık, türlü dalga boylarında radyo ve radar dalgaları, ısı ışınımları, röntgen ışınları ve elektromagnetik dalgalar topluluğudur. Bütün elektromagnetik dalgalar boşlukta aynı hızla yayılırlar (18.s.28-29). İnsanın kendi kendine dalga tasarısını reddeden bir yapısı vardır. Gizli de olsa bir dalga kimliği öngören, dalga boyu kavramının nasıl ortaya çıktığını sorabilir (18.s.25). Öte yandan da dalga boyu tümüyle istatistik bir özellik içerir. Tanecikler beraberce bu dalgayı oluşturan bileşenlermiş gibi davranmakta ve dağılımları buna göre olmaktadır. Diğer bir deyişle ışık ve madde dalgaları

taneciklerin zaman ortalamasındaki dağılımlarını verir. Işık şiddeti ise bir kesitten geçen ışığın, kesitin her noktasındaki fotonların, bulundukları yere gelebilmelerinin birer ölçüsüdür (18.s.117).

Işıta dalga özelliği, çok sayıda tanecikler için geçerlidir ve matematik bir dağılma kuralından. ileri gelmektedir. Işığın dalga olarak ele alınışından, ışıık şiddeti dalga genliğinin karesi ile orantılıdır. Genlik genel olarak yerin ve zamanın bir fonksiyonu olduğundan, ışıık şiddeti de bir yerden ötekine veya aynı yerde zamanla değişir (18.s.117). Bu nedenle ışıık dalgaları fotonların belli bir bölgede ortaya çıkması ve görüntü vermeleri, bir olasılık ölçüsü olmaktadır. Bu tür dalgalara olasılık dalgaları adı verilmektedir (18.s.117).

Richtmyer, F.K.; E.H. Kennard; T. Lauritsen (1965)'e göre, ışığın dalgalasal şekilde yayıldığıının varsayımı, olasılık akımları ve yoğunlukları düşünüşüne götürür. Eğer bir S yüzeyi bir T bölgesini çevrelerse olasılığın S içerisinde artma oranı ve uzayda akıcı olan Q akım yoğunluğunun

$$Q = \frac{h}{4.\pi.m.i} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) \quad (2.3)$$

deyimi ile verilebileceğini göstermişlerdir. Burada ψ , deney sonuçlarına bağlı olan tahminleri kolaylaştırmak için sokulmuş, yardımcı bir matematiksel büyüklüktür ve ψ^*, ψ 'in eşlenik kompleksidir. h Planck sabitini, m kütle, i de $\sqrt{-1}$ 'i gösterir (32.s.227-230).

Tienstra, j.M. (1974)'de bu konuya değinmiş ve gözleme sonuçlarının kararsız olduğú, dalgalanmaların bulunduğunu söylemiştir. Yazara göre, işte bu dalgalanmalar için bazı düzenli durumlar ortaya konmalı ve ince bir şekilde araştırılmalıdır (37.s.17).

2.3. Gözlemlerin Uzayda Yayılışı ve Belirsizlikleri

Işığın dalga ve kuantum özelliği tarafından neden olunan; gözlemlerin içeriğine ilişkin sınırlamalar, bir cismin aydınlanması ve elde edilen görüntü tarafından ortaya çıkarılır. Kısa bir zaman aralığında elde edilen görüntüler, sistemin verebileceği maksimum bilgileri taşır. Gözlemler yolu ile bilgi üretmenin en genel yolu, belli bir cisme ilişkin yüzeylerin, doğal yansıma yolu ile ışınları belirli bir zaman aralığında kaydederek, bilgileri okumaktır. Doğal olarak ışığın dalga ve kuantum özelliği ile doğal ısı (termal) radyasyonun istatistik özellikleri, bilgi edinme ve çıkarmada bazı sınırlamalar getirecektir (21.s.115). Cisimler hakkındaki bilgilerin spektral (tayf), uzaysal (spetial) ve zamansal (temporal) olarak üç fizik bileşen türünden kayıtları yapılır (22.s.2). Bir cisimden gelen radyasyonun zamansal frekansları, modülasyonu (ışık üzerine bindirilerek gözleme büyüklüklerinin taşınması) oluşturan uzaysal frekanslara ilişkin spektrası (tayf topluluğu), optik sistemlerin objektiflerinden geçen ışınlar şeklinde modüle edilir. Sonuçta frekans (ν) veya dalga boyu (λ)'nın bir fonksiyonu olarak göze veya fotoğraf emülsiyonu üzerine gelir. Gözlenen veya kaydedilen gözlemlerin incelenmesi, iki farklı özelliğe göre gerçekleştirilir (40.s.95).

a. Abbe kuramına göre bilgiler, objektife lineer olarak uzay ve zamanla değişmeyen giriş mesajı olarak gelirler ve zamanın bir fonksiyonudurlar. uzaysal frekansları ile ν zamansal frekanslar arasında yer değişikliği, impuls resposlarına (nokta dağılma fonksiyonları) ve transfer (dönüşüm) fonksiyonlarına götürür.

b. Uzay ve zamanın birer fonksiyonu olan ışık ışınlarının ani saçılması, enine ve boyuna koordinatlar arasındaki ilgiyi açıklar. Herhangi bir θ doğrultusu boyunca, dalga boyları arasındaki Δ iz farkı $\bar{t} = \Delta / c$ zaman gecikmesine bağlıdır (c :ışık hızı).

Abbe kuramının zaman boyutuna dönüşmesi, optikte uzay ve zaman değişkenleri arasındaki benzerlikleri ortaya çıkarır ve ışığın istatistik olarak ele alınmasını sağlar (40.s.95). Bu nedenle

gözlemlere temel oluşturan bilgiler uzayda yayılırlar iken, belirsizliklerini veya bir başka deyişle hatalarını, ışığın doğasına bağlı olarak dalgasal şekilde birlikte taşırlar. Bu ayrıtta görüntülerin uzayda yayılışı ve gözlemlerin dalgasal yapısı ilgilenilecektir.

Levitin, L. (1976) , bir S yüzey alanına sahip bir cisme ilişkin gözlemlerden elde edilebilecek maksimum bilgi miktarını hesaplamıştır. Yazara göre, S yüzey alanına sahip bir cisimden yansıyarak gelen ışınların optik özellikleri; $a(x,y,v)$ parlaklık yansıtılması ile, yüzeyin (x,y) noktalarının ve v radyasyon frekansının fonksiyonudur. Belli bir geçirgenliğe (transmittance) sahip ortamda yapılan gözlemlerde, $a(x,y,v)$ fonksiyonu parlaklık geçirilmesi (transmisyonu) şeklinde yorumlanır. Yani $a(x,y,v)$ fonksiyonu, radyasyonun polarizasyona uğradığı şeklinde bağımsız olarak belirtilebilir. $a(x,y,v)$ fonksiyonunun olası cümlesi $0 \leq a(x,y,v) \leq 1$ eşitliği ile sınırlıdır. Bu nedenle $a(x,y,v)$ fonksiyonunun seçimi belirsiz bir bilgi miktarı verir (21.s.115). Gerçekte S alanına sahip bir cisim, Ω uzay açısı (solidangle) altında, görülebildiği kadarıyla gözlenebilmektedir. Buna göre uzay serbestlik derecesi, dalga vektörleri doğrultusundaki alan osilatörlerinin (fotonların) sayısı olup

$$G_s = \frac{v^2 \Omega S}{c^2} \quad (2.4)$$

ile tanımlanır (21.s.115). Eğer cisim t zaman aralığında gözleniyorsa, fotonların kuvantum durumlarına ilişkin frekans belirsizliği $\Delta v = l/t$ olur ve δv frekanstaki farklı durumların sayısı

$$G_f = \frac{\delta v}{\Delta v} = t \cdot \delta \gamma \quad (2.5)$$

şeklinde dir. Radyasyonun ise toplam serbestlik derecesi

$$G = \frac{2}{c^2} \nu^2 \Omega S t \delta \nu \quad (2.6)$$

olur. Burada $\Delta S = c^2 / \nu^2 \Omega$ olup, alanı deyimler. Buna göre ayrıntıların belirlenmesi için frekans ayırma gücüne (resolution) ilişkin yansımanın belirlenmesi gerekir. Gözlenen büyüklükler de, G rastgele değişkenlerin cümleleri olarak ortaya çıkar. Rastgele değişkenler bağımsız olduklarında, bilgi miktarı maksimum olur ve hatalar küçülür (21.s.116).

Öte yandan doğal radyasyon için, osilatör alanının durumu istatistik olarak bağımsızdır ve yer kaplama sayıları Gibbs dağılımına uyar (21.s.117) ve fotonların ortalama sayısı

$$\bar{n} = \frac{a.r(\nu)P(\nu)}{h\nu} \quad (2.7)$$

'dür. Deyimde görülen $P(\nu)$, bir alan osilatörünün (foton) ortalama enerjisini; $r(\nu)$ de enerjinin göz tarafından veya fotoğraf plağı tarafından kaydedilen kısmını, a ise yansımayı deyimlendirmektedir. $a=1$ olduğu zaman fotonların sayısı maksimuma erişir (21.s.117).

Anılan yazar, maksimum bilgi miktarı için, başka deyişle en olası ölçme değeri için

$$I_{\max} = \frac{2t\Omega S}{c^2} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \nu^2 \ln \left(1 + \frac{r(\nu).P(\nu)}{r(\nu).P(\nu) + h\nu} \left(\frac{h\nu}{r(\nu).P(\nu) + h\nu} \right)^{\frac{h\nu}{r(\nu).P(\nu)}} \right) d\nu \quad (2.8)$$

deyimini vermektedir. Buna göre bilgi miktarı, cismin S alanı ve t gözleme zamanı ile doğru orantılı olarak artar.

Vienot, J.V. ve J.P. Goedgebuer (1976)'e göre optikte görüntü, Fourier yoğunluk veya amplitütlerinin uzaysal dağılımları belirtilerek gerçekleştirilmektedir. Bu tür dalgalar enine dalgalardır. Başka bir görüntü oluşturma biçimi de, dönüşümü (transform) deyimleyen sinyalin boyuna kesiti üzerine bilgilerin nasıl değiştiğini aramaktır. Söz konusu bilgiler zamanın bir

fonksiyonu olarak tanımlanır (40.s.95). Uzaysal frekansları geçiren ve dönüşümü sağlayan mercektir. Bir doğrultu boyunca belirsiz şekilde giren sinyallerin t anındaki gücü sabit olup, objektif bunu sınırlandırır. Periyotlar sabittir ve görüntü leke şeklinde ortaya çıkar (40.s.98).

Lowenthal, S. ve Chavel, P. (1976)'ya göre bir optik sistemde, gözlenen büyüklük daima şiddettir. Bu nedenle cisimler üzerine düşen ve yansıtılan radyasyonun atmosferden amplitüt (görüntü) olarak geçmesi,

$$f(M) = T + m(M) \quad (2.9)$$

denklemine göre olur, göze veya objektife gelir. Deyimde T atmosferin geçirgenliğini (transmittance) ve m(M) de ışığa modüle edilmiş (bindirilmiş) bilgi miktarını göstermektedir (23.s.46). Objektife gelen radyasyon, mercekten geçerek etkilenir ve aşağıdaki transfer (dönüşüm) denklemi yardımıyla gözün duyarlı tabakasına veya film emülsiyonuna ulaşır (23.s.47).

$$I(M) \cong T^2 + 2T.m(M) \quad (2.10)$$

Gözlenen veya resmi kaydedilen bir şeklin değerlendirilmesi, şekil boyutuna ilişkin σ_x^2 varyansına bağlı olarak

$$\langle t \rangle = T^2 + \sigma_x^2 + 2T.m(M) \quad (2.11)$$

ortalama bir değerle olur (23.s.49).

Eğer bilgiler atmosfer etkileri altında gürültülü (noise) bir şekilde göze veya objektife ulaşıyorsa, gözlenen ortalama özellik

$$T' = T + m(M) + X(M) \quad (2.12)$$

biçiminde ortaya çıkar. Buna göre X(M) gözlenen özelliğin ümit edilen değeri $\{x\}/n=0$ olur. Sonuç olarak göze veya objektife ulaşan, cisimlere ilişkin amplitütler (şekil boyutları), belli bir ortalamadan saparak rastgele ve belirsiz şekilde gelirler (23.s.48).

Marks II. ve ark. (1976), üç boyutlu uzay değişken modellerin deyimlenmesi üzerine çalışmışlardır. Bir uzay değişken sistem $S\{.\}$ lineer operatörü ile tanımlanır ve

$$g(x) = S\{f(x)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)h(X - \xi; \xi)d\xi \quad (2.13)$$

ile gösterilir. Burada $f(x)$ cismi deyimleyen ve $g(x)$ de görüntüyü belirleyen bir fonksiyondur. $h(X - \xi; \xi) = S\{\delta(x - \xi)\}$ ise uzay değişken doğru denklemini deyimler ve $\delta(x)$ de Dirac-delta fonksiyonudur (24.s.105).

Bu alanda çalışan Goodchild, H.F.; Rosenfeld, A.; Werner, H. vs. gibi pek çok araştırmacılar da aynı sonuçlara varmışlardır.

III.

YÖNTEM

3.1. Genel

Bu bölümde yayınların gözden geçirilmesi ile anlaşılan, gözleme büyüklüklerinin ortama ve kişiye göre değişmesinden dolayı hataların uzayda yayılışları ile ilgili bir teorem verilecektir. Teoremin kurulması için gerekli varsayımlar, gerekçeleri ile birlikte ortaya konacaktır.

Söz konusu teorem; hatalar toplamının uzayda, dalga şeklinde yayıldığı ve maksimum genlik'le kareler toplamının minimum olacak biçimde gözlenebildiklerini ifade etmektedir.

İleriki bölümlerde görüleceği üzere ileri sürülen teorem, hem klasik kuramı oluşturan en küçük kareler ilkesini verdiği gibi; hem de bir zaman etmeni getirmektedir. Zaman etmeninin gelmesi özellikle fotogrametride zaman paralakslarının yanıtıdır. Ayrıca normal dağılım yasası, söz konusu teorem gereğince de elde edilebilmektedir.

Öte yandan hata toplamının kareler toplamı minimum olacak şekilde, uzayda dalgasal şekilde yayılması kabulü, şu pratik yararları sağlar:

a. Araziye gönderilen bir ölçme ekibinin zaman açısından, rasyonel olarak değerlendirme olanağını verir.

b. Bir arazi parçasının ölçülmesi veya haritasının çıkarılmasında, ihale evrağının hazırlanmasında, işin süresini saptamada daha akılcı bir yöntemle saptanmasına olanak verir.

c. Fotogrametride, zamandan ileri gelen hataların ne olduğu ve karşılıklı yöneltmeye olan etkilerinin hangi oranda ortaya çıktığını görme olanağı verir.

3.2. Varsayımlar

Hata kavramı, tekrarlamalı ölçmeler durumunda ortaya çıktığına ve her ölçme de belirli bir belirsizlik taşıdığına göre, her görünen hata dalgasal özelliğe sahip olduğu için yinelenmeyi gerektirir. Dalga hareketi gerçekte bir titreşim veya salınım hareketidir. Bu tür hareketleri ölçmelerde gözleyebilmek olanaklıdır. Örneğin bir miraya nivo ile gözleme yapıldığında, miranın titreşimleri (öne-arkaya, sağa-sola hareketi), ölçme değerinin alabileceği en küçük değer etrafında salınım yapması, bir dalga hareketidir. Yine açı ölçmelerinde, ister repetisyon, isterse reiterasyon yöntemleri kullanılsın; yinelenme söz konusu olduğu için optik eksenin yaptığı hareket, bir sarkacın salınımlarına benzetilebilir. Ayrıca gözlemeler ışık aracılığı ve hedefle gözleme noktası arasındaki uzaklığa bağlı olarak gerçekleştirilir. Başka deyişle gözleyiciye, deney konusundan gelen bilgiler, ışığa modüle olmuş (ışığın üzerine bindirilmiş) şekilde gelir. Kompansatör'lü aygıtlar durumunda, rüzgârlı havalarda yapılan ölçmelerde kompansatör'ün titreşmesi de bir dalga hareketini içerir ve ölçme değerlerine etkir. Bu tür örnekler çoğaltılabilir, fakat konunun somutlaştırılarak vurgulanması için yeter.

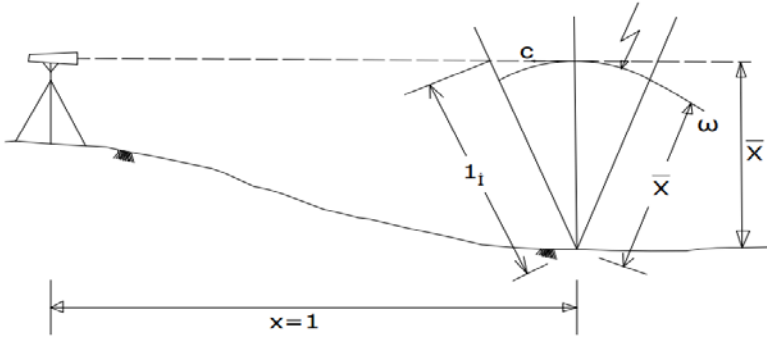
Sonuç olarak hatalar, ölçme yöntemlerinin kendilerinden ve doğadan kaynaklanan bir dalgasal yapıyı içerirler. Bir deyim ile ifade edilmek istenirse, yinelenmeli ölçmeler için hata

$$-\varepsilon_i = l_i \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - ct) - \bar{X}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = k; \lambda = ct; \frac{2\pi}{T} = \omega; \quad (3.1)$$

$$-\varepsilon_i = l_i \sin(k_i x - \omega_i t) - \bar{X}$$

şeklinde yazılabilir. Burada ε_i görünen hatayı, l_i ölçme değerini, $k_i x$ sayısı herhangi koordinat boyunca yayılmayı, ω_i açısal hızı ve t aynı tür ölçmelerde ortalama zamanı, $\bar{X}$ de en olası değer olan ortalama gösterir. Örneğin mira gözlemelerinde, nivonun optik eksenini ile mira dik açı yaptığında, T periyotluk ölçme için açısal hız $\omega_i = n\pi / T$, dalga numarası, ışığın dalga boyuna bağlı olarak $k_i = 2\pi / \lambda_i$ ve $x=L$ uzaklığı da dalga boyu türünden $x = n\lambda_i$ dalga boyunun n katı olarak ortaya çıkar ($t=T/2$ 'dir). Buna göre $k_i x - \omega_i t = 3n\pi / 2$ değerine ulaşır ki $\sin(3n\pi / 2) = 1$ olup şekle göre en küçük $l_i = \bar{X}$ değerini alır (Şekil 3.1).



Şekil 3.1 Mira okumalarının dalgasal değişimi

Bu ise hatayı sıfır yapar. Hatanın dalga özelliği ortaya kabaca konulduktan sonra varsayımlar, iki alt başlık altında toplanabilir.

Bunlardan biri radyasyon ve ışık için kurallar, öteki matematik model için gerekli varsayımlardır.

3.2.1 Radyasyon ve Işık için Kurallar

Cisimler ve onların görüntüleri veya görüntü kayıtları, Yeryüzüne ulaşan radyasyon ve onun yansıtılması ile ilgilidir. Radyasyonun yansıtılması Lambert'in kosinüs ve Kirchoff yasalarına göre ortaya çıkmaktadır (9.s.6;25.s.2). Bu yasalara göre cisim hakkında bilgi edinme veya buna özdeş olan ölçme, gelen radyasyonun cisim tarafından soğurulması ve gölgelenme etkisine bağlı kalmaktadır. Yansıtılan radyasyona bindirilmiş (modüle olmuş) şekilde taşınan bilgi miktarı Planck dağılım yasasına göre, cismin radyasyon yayma gücüne de bağlıdır (9.s.6). Her radyasyon dalgasının taşıdığı enerji, Gibbs dağılım yasasına göre bilgi taşınmasında osilatör (foton) alanlarının dağılımı önemli etkiyi içermektedir (21.s.117).

Radyasyonun içinden geçtiği ortamın enerji soğurması ve dağıtması, taşınan bilgilerin nitelik ve niceliğine etki etmekte ve taşınan bilgiler radyasyon dalgasının dalga boyu ile ilgili olarak Levitin, L. (1976)'ın verdiği (2.8) deyimine göre maksimum genliklerde gözlenebilmektedirler.

Ayrıca bilgilerin göze ve objektife (2.10;2.11) ve (2.12) denklemleri gereğince ışığa modüle olmuş şekilde belli bir belirsizlikle gelmektedir. Başlangıçta anılan belirsizliğin, ışığa modüle olması toplam hatanın dalga şeklinde uzayda yayıldığı fikrini doğurmaktadır.

Öte yandan Abbe kuramına göre uzaysal frekansların zamansal frekanslara dönüşmesi, gözlenen bilgilerin de değişmeden objektife veya göze gelmeleri; hataların artma yasasını uygulama olanağı vermektedir. Çünkü buna en açık örnek; fotogrametride resim koordinatlarından, uzay koordinatlara geçilebilmesi oluşturmaktadır. Bu sayede yer koordinatlarında yapılan karesel ortalama hata, resim

koordinatlarına ilişkin koordinatların karesel ortalama hataları ile verilmektedir. Bunun nedeni de bir radyasyon biçimi olan ışığın oluşturduğu merkezsiz izdüşüm modelinde yatmaktadır. Hataların dağılma yasası genel anlamda, Abbe kuramına ters düşmeyen hata normlarının dağılmasıdır (10.s.145). Daha geniş anlamda modüllerin yayılması kuralına götürür (37.s.42).

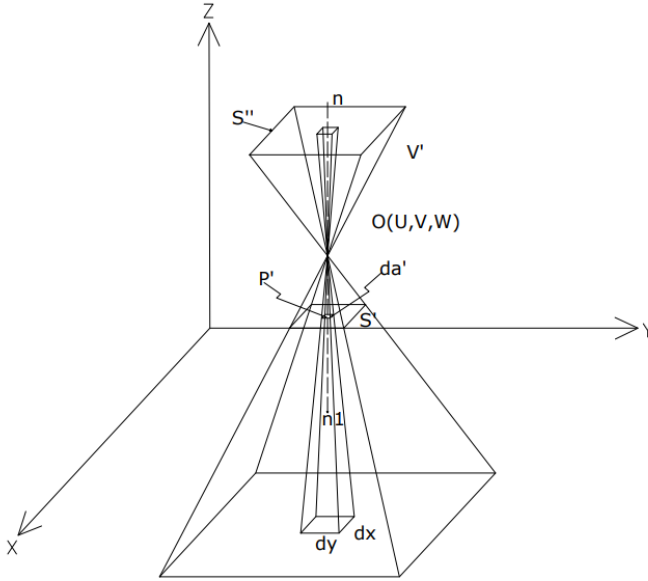
Marks II. ve ark. (1976) tarafından ileri sürülen uzay değişken modeller gerçekte, dikkat edilirse çok yönlü değişimler altında bir olasılık entegralinden başka bir şey değildir. Zaten normal dağılım yasasının kendisi bir dalga deyimidir.

Işık, uzayın bütün yönlerinde eşit hızla yayılır ve ulaşılabilir limit hızdır (32.s.64-70. Işık hızı, kendini salan kaynaktan bağımsız olarak gerçekleşir ve yayıldığı ortamın geçirgenliği (transmittance) değiştikçe, bir çeşit kinematik perspektif; başka bir deyişle kinematik bir doğruluk ortaya çıkar (32.s.68).

3.2.2 Matematik Model için Gerekli Varsayımlar

Bu varsayımlar genellikle ölçme problemleri için ortaya konulduğundan ve ışığın etkileri en fazla fotogrametri ve elektronik ölçmelerde gözlemlenmesi nedeniyle, önce fotogrametride geçerli olan merkezsiz izdüşüm için teorem geliştirilecek ve sonra tüm ölçmelere genelleştirilecektir.

(1) Fotogrametride bir yüzey olan Yer parçası, düzlem olan resim üzerine izdüşürülmeye ve emülsiyon üzerine kaydedilmeye çalışılır. Gerçekleştirilen kayıt, bir merkezsiz izdüşümdür. Bu nedenle Şekil 3.2'de görüleceği üzere; merkezsiz izdüşümde V ve V' gibi biri yer, öteki de resim tarafında olmak üzere iki bölge bulunmaktadır.



Şekil 3.2 Yüzeyin düzlem üzerine merkezsel izdüşümü

(2) Abbe kuramına göre objektife gelen giriş mesajlarının değişmeden emülsiyona ulaşabilmesi için, her iki bölgede yazılacak Divergens teoreminin (42.s.550)

$$\int_{V'} \nabla \cdot \vec{\phi} dv = K \int_V \nabla \cdot \vec{f} dv = \int_V \nabla^* \cdot \vec{F} dv \quad (3.2)$$

olduğu varsayılmıştır. Çünkü V bölgesindeki bir kaynaktan çıkan $\vec{F}$ fonksiyonu V' bölgesinde bir $\vec{\phi}$ fonksiyonuna ve bir K ölçekle küçültülmüşü kadar $\vec{f}$ fonksiyonuna eşdeğer alınabilirse; Abbe kuramı, dolayısıyla hataların yayılması yasası bu fonksiyonlar için geçerli olur.

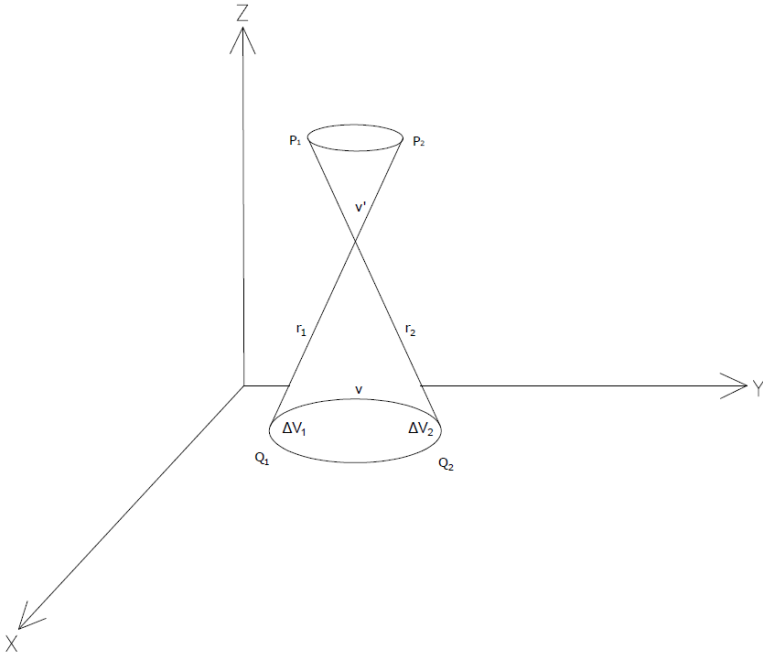
Bir başka deyişle $\nabla^* \cdot \vec{F}$ skaler çarpımının invaryantlık özelliği nedeniyle ki, ölçmeler gerçekleştirilebilmekte ve hataların artma yasası uygulanabilmektedir. Sonuçta problem kaynak-kuyu problemidir.

(3) Öte yandan uzayda ışığın her yönde eşit yayılışı ve ışık hızının bütün yönlerde aynı olması (6.s.901); belirsizliklerin ve hataların (2.9)'dan ve (2.12)'ye kadar olan deyimlere göre ışıkla yayılması; görüntülerin bir nokta dağılması (impuls responsu) ile ortaya çıkışları nedeniyle; hata vektörünün

$$\vec{\phi} = \vec{i}\epsilon + \vec{j}\epsilon + \vec{k}\epsilon \quad (3.3)$$

olarak alınması zorunluluğunu doğurur. Çünkü hataların ışık hızı ve ışık dalgaları ile birlikte yayıldıklarının varsayımı, hatanın da bütün koordinatlar boyunca eşit yayılış verdiği sonucuna götürür.

(4) Şimdi de ışık akısının sürekli olarak V gölgesi içinde yayıldığı ve bu akının $Q(d,e,f)$ noktasındaki yoğunluğunun $\rho(d,e,f)$ olduğu düşünölsün (Şekil 3.3).



Şekil 3.3 Potansiyelin doğuşu

Bu bölge ΔV gibi küçük hacim elemanlarına ayrılır ve bunlar içindeki bir noktada Q olursa; ΔV içindeki akıdan dolayı, dışta bulunan bir $P(X,Y,Z)$ noktasındaki potansiyel, Q_i noktasındaki $\rho\Delta V$ akısından ileri gelen $\rho\Delta V / r$ potansiyellerinin toplamına eşittir. Eğer P noktası V bölgesinin dışında bulunuyorsa; sürekli ve eşit yayılıştan dolayı, P noktasındaki potansiyel

$$\mathcal{E}(X, Y, Z) = \int_V \frac{\rho dV}{r} \quad (3.4)$$

olur. Gözde veya resim üzerindeki herhangi yer parçasının görüntüsü, ışınlar yoluyla taşınacağından; resim veya gözde oluşacak deney cismi ile ilgili ölçme hataları da, ortama bağlı olarak yine ışınlar yoluyla gerçekleştirilir. Bu nedenle (3.4) bağıntısına hata potansiyeli gözüyle bakılabilir. Buradan varılan ikinci sonuç ise, hataların da uzay içindeki yayılışlarının, ışınlarla ilişkin yayılış ile eşdeğerde olduğudur. Dikkatlice bakılacak olursa (3.4) eşitliği P noktası sabit tutularak bulunmuş ve entegral V bölgesi içinde, dV hacim elemanları üzerinden yapılmıştır. Buna göre P noktası X,Y,Z koordinatlarının bir fonksiyonudur.

Göz önüne alınan (3.4) eşitliği ile ilgili büyüklükler, buraya değin yer koordinatlarının fonksiyonları olup, zamana bağlı değildir. Eğer $\mathcal{E}$ büyüklüğü zamanla da değişiyorsa, onun bir t anındaki (X,Y,Z) noktalarında aldığı değerler $\mathcal{E}(X,Y,Z,t)$ olmalıdır. Buradaki X,Y,Z,t değişkenleri bağımsız değişkenler olduklarından, dört boyutlu bir alan oluştururlar.

Öte yandan bir alan içindeki $Q(d,e,f)$ noktasında olan olay, uzak bir $P(X,Y,Z)$ noktasında ani etki yapmaz. Fakat belli bir zaman sonra c hızı ile hareket ederek P'den geçtiği zaman kendini duyurur. Bu süre fotogrametride poz süresi ile sınırlandırılmıştır. Alanın t anındaki P noktasında oluşan etkisi; daha önce

$$t' = t - \frac{r}{c}$$

zamanında Q noktasındaki durum ile belirlidir ($r = \overline{PQ}$). Böyle durumlarda t anında, P noktasındaki $\mathcal{E}(X, Y, Z, t)$ değeri yerine $t - \frac{r}{c}$ anlarındaki $Q(d, e, f)$ noktasına ilişkin $\mathcal{E}(d, e, f, t - \frac{r}{c})$ değerleri kullanılabilir. Bu değerler, t anında P noktasında bulunan bir kimsenin; c ışık hızını kullanarak gördüğü alanı oluşturur. Bundan çıkan sonuç dört boyutlu alanın bir dik kesitinin alındığıdır. Varılan bu yargı Vienot, J.C.ve J.P. Geodgeuber (1976) 'in vardığı yargı ve uzaysal frekanslar ile zamansal frekansların birbirine dik olduğu sonucu ile çelişki oluşturmaz. Bu nedenle anılan kesit, yalnızca zamana bağlı olmayıp; P noktasının uzaydaki konum ve durumuna da bağlıdır (29.s.214-229).

Yukarıda sözü edilenler, tümüyle fotogrametride resim olgusunun ve bunun sonucu olan stereoskopik modelin oluşmasında izlenen işlemlere uyar. Başka deyişle, yöneltme sorununun zaman içinde açıklanmasıdır. Çünkü yöneltme durağının durumu, hem zamanın hem yöneltme platformunun eğiklik ve dönüklüğünün bir fonksiyonu olarak belirlenebilir (33.s.206-213). Ayrıca görüntüler, Abbe kuramına göre yayılırlar iken; zamansal frekansların uzaysal frekanslara dönüşmesi sonucu bir nokta dağılma fonksiyonu ile oluşmaktadır (23.s.115;40.s.95). Yine V bölgesinde yayılan ρ' yoğunluğu; $P(X, Y, Z)$ noktasında oluşan

$$\mathcal{E}(X, Y, Z, t) = \int_V \frac{\rho' dV}{r} \quad (3.5)$$

gecikmeli potansiyelini doğurduğu varsayılırsa; ρ' yoğunluğu Q noktasında $\rho' = \rho(d, e, f, t')$ değerini alır ve bu yoğunluk $t' = t - \frac{r}{c}$ anındaki yoğunluktur. Yukarıda sözü edilen koşulların

bir t zamanı içinde, P_0 noktasında sağlandığı varsayalım. Başka deyişle

$$\varepsilon_0(X, Y, Z, t) = \int_V \frac{l}{r} (\rho_0 + \frac{r_0}{c} \frac{\partial \rho_0}{\partial t_0}) dv \quad (3.6)$$

olsun. Deyimde görülen r_0 ; P_0 noktası ile $Q(d, e, f)$ arasındaki uzaklıktır. P_0 'daki yoğunluk da

$$\rho_0 = \rho(d, e, f, t_0)$$

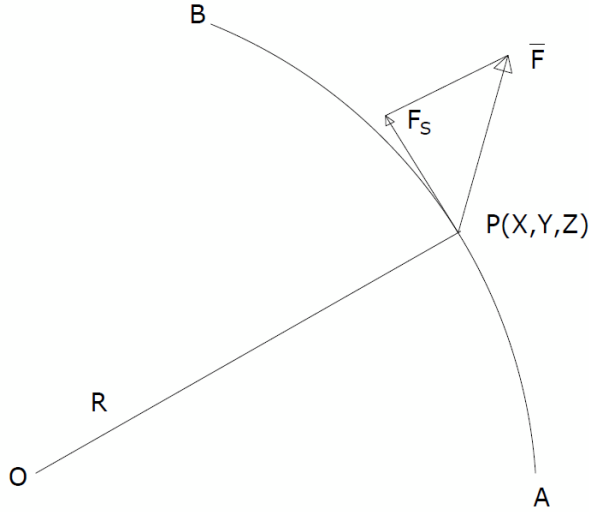
$$t_0 = t - \frac{r_0}{c}$$

olur. Böylece P_0 'daki yoğunluğa göre, yoğunluğun değişimi

$$\rho = \rho_0 + \frac{r_0}{c} + \frac{\partial \rho_0}{\partial t_0} \quad (3.7)$$

'dır.

(5) Şimdi de Şekil 3.2'deki V bölgesini sınırlayan S' sınır yüzeyi üzerindeki herhangi bir AB eğrisi alınırsa (Şekil 3.4), daha



Şekil 3.4 Bir vektörün teğetinin değişimi

önce tanımlanan $\vec{F}(X,Y,Z)$ vektörünün bu eğri üzerindeki değişimi incelenirse (36.s.715-730): $\widehat{AP}$ yay parçasının uzunluğu s ile P noktasındaki birim teğet vektörü $\vec{u} = d\vec{R} / ds$ olmak üzere, $\vec{F}$ vektörünün teğet üzerindeki izdüşümü, $\vec{F}_s = \vec{F} \cdot \vec{u}$ 'dur. Teğet üzerindeki bu bileşen, s yayının bir fonksiyonu olup; eğri boyunca entegrali

$$\int_A^B F_s ds = \int_A^B \vec{F} \cdot \vec{u} ds = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{R} \quad (3.8)$$

'dur. Bu deyim, $\vec{F}$ vektörünün A noktasından B noktasına değin, çizgisel entegrali olup $\vec{F} \cdot d\vec{R}$ bir skalerdir.

Ayrıca, eğri üzerinde herhangi bir $P(X,Y,Z)$ noktasında tanımlı skaler fonksiyon $\mathcal{E}$ ise, birim teğet vektör $\vec{u} = \vec{i}u_1 + \vec{j}u_2 + \vec{k}u_3$ olmak üzere $\mathcal{E}$ 'nun A 'dan B 'ye değin entegrali aşağıdaki gibidir.

$$\int_A^B \varepsilon d\vec{R} = \int_A^B \varepsilon \frac{d\vec{R}}{ds} ds = \int_A^B \varepsilon \vec{u} ds \quad (3.9)$$

Yeniden (3.8) numaralı deyimdeki $\int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{R}$ entegrali ele alınırsa, bunun değeri $\vec{F}$ vektörünün eğri üzerinde aldığı yola bağlıdır. Eğer $\vec{F}$ vektörü bir fonksiyonun gradyanı ise çizgisel entegralin değeri yalnızca uç noktalara bağlı kalır. Eğer $\vec{F}$ vektörü, V bölgesi içinde tek değerli bir fonksiyonsa $\vec{F} = \nabla^* \varepsilon$ eşitliğini sağlar. Bunlara göre

$$\vec{F} \bullet d\vec{R} = d\vec{R} \bullet \nabla^* \varepsilon = d\varepsilon \quad (3.10.a)$$

ve

$$\int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{R} = \int_A^B d\varepsilon = \varepsilon(B) - \varepsilon(A) \quad (3.10.b)$$

bulunur. Bu deyim hata entegralinin, uç noktalara bağlı olduğunu gösterir. Buna göre, kapalı bir eğri boyunca entegralin hatasız veya dengelenmiş durumda sifıra eşit olacağı görülebilir. Başka deyişle

$$\oint \vec{F} \bullet d\vec{R} = \int_A^A d\varepsilon = \varepsilon(A) - \varepsilon(A) = 0 \quad (3.11)$$

'dir. Entegralin böyle bir değer vermesi, tümüyle hataların varlığına veya ümit edilen değer etrafında dağılmaya karşı gelir. Çünkü hata kuramında; bir popülasyon içinde, n ölçme sayısı çok

büyük olduğunda $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = 0$ 'dur (38.s.405). Yukarıdaki (3.11)

bağıntısından, hemen aşağıdaki sonuç çıkarılabilir.

(6) Eğer $\vec{F}(X, Y, Z)$ vektörü, sürekli bir fonksiyon ise ve hatalı bir uzay içinde bulunuyorsa, başka deyişle (3.11) ifadesi

gerçekleniyor ise; öyle bir $\varepsilon(X, Y, Z)$ hata fonksiyonu vardır ki, bu fonksiyon $\nabla^* \varepsilon = \vec{F}$ eşitliğini sağlar. İleri sürülen bu savı kanıtlamak için $\varepsilon(X, Y, Z)$ hata fonksiyonu (3.10.a) deyimine göre

$$\varepsilon(X, Y, Z) = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{R} \quad (3.12)$$

ile tanımlanabilir. Birim teğet vektörü olan $\vec{u} = \frac{d\vec{R}}{ds}$, nin sürekli olduğu varsayılarak, bu eşitlik

$$\varepsilon = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{R} = \int_A^B \vec{F} \bullet \frac{d\vec{R}}{ds} ds$$

şeklinde yazılabilir. Elde edilen integral, s sayısının bir fonksiyonudur ve ε hatasının s sayısına göre türevi

$$\frac{d\varepsilon}{ds} = \vec{F} \bullet \frac{d\vec{R}}{ds} = \vec{F} \bullet \vec{u} \quad (3.13)$$

eşitliğini verir. Daha önce (3.10.a) bağıntısına göre $\vec{F} \bullet d\vec{R}$ çarpımının eşidi (3.12)'de yerine konulursa

$$\varepsilon = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{R} = \int_A^B d\vec{R} \bullet \nabla^* \varepsilon$$

deyimine varılır. Bunun da s'ye göre türevi

$$\frac{d\varepsilon}{ds} = \frac{d\vec{R}}{ds} \bullet \nabla^* \varepsilon \quad (3.14)$$

şeklinde olup, (3.13) ve (3.14) numaralı deyimler karşılaştırılırsa

$$\frac{d\varepsilon}{ds} = \vec{F} \bullet \vec{u} = \vec{u} \bullet \nabla^* \varepsilon$$

$$(\vec{F} - \nabla^* \mathcal{E}) \bullet \vec{u} = 0$$

$$\vec{F} = \nabla^* \mathcal{E} \quad (3.15)$$

deyimine gelinir.

(7) Fotogrametride merkezsiz izdüşüm ile yüzey olan yerin, düzlem olan resim üzerine izdüşürülmesi söz konusu olduğundan; yüzey üzerindeki $\vec{F}$ vektör fonksiyonunun düzlemin normali doğrultusundaki izdüşümünün sabit olması, başka bir deyim ile skaler çarpımının sabit olması gerekir. Bu nedenle

$$\vec{F} \bullet \vec{n} = K_0 \quad (3.16)$$

varsayımı kendiliğinden ortaya çıkar. Burada K_0 , resim düzlemini ifade etmekte olup; $d\phi, d\omega$ dönüklükleri ile x ve y resim koordinatlarının bir fonksiyon olması gerekir.

3.3. Hataların Dalga Denklemi

Bu ayrıt'da toplam hatanın uzayda nasıl yayıldığı ve ne tür bir dağılım gösterdiği ele alınacaktır. Bu amaçla bir teorem kanıtlanacak ve elde edilen diferansiyel denklemin çeşitli özellikleri gösterilmeye çalışılacaktır. Doğal olarak söz konusu teoreme, yukarıdaki ayrıtlarda verilen varsayımlar temel oluşturacaktır.

3.3.1 Teorem ve Kanıtı

Teorem: Yer koordinatlarında deyimlenen V bölgesinin sınır yüzeyi üzerinde tanımlı bir vektör fonksiyonu $\vec{F}$ ve uzayın her yerinde tanımlı bir fonksiyon $\vec{\phi}$; V' bölgesini ikiye ayıran düzlem ile izdüşüm merkezinin oluşturduğu bölge içinde, izdüşüm merkezi koordinatlarına göre tanımlı bir fonksiyon $\vec{f}$ ise ve bunlar ayrıt (3.22)'de verilen varsayımları gerçekleştiriyorlar ise; bir yüzeyin bir düzlem üzerindeki merkezsiz izdüşümünde, $\vec{F}$ vektör

fonksiyonuna ilişkin izdüşümün toplam hatası; μ ölçek katsayısını, ∇ düzleme ait gradyan vektörünü ve ∇^{*2} 'de yer koordinatlarına göre Laplace operatörünü göstermek üzere

$$\nabla^{*2} \mathcal{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = \mu K_0 - \nabla \bullet \vec{\phi}$$

veya

$$\nabla^2 \mathcal{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = \mu K_0 - \nabla \bullet \vec{\phi}$$

diferansiyel denklemine göre değişir.

Kanıt: Üç boyutlu uzayda V bölgesi içinde tanımlanmış, skaler bir fonksiyon olan $f(X,Y,Z)$ fonksiyonu alınsın. Bu fonksiyonun bölge içindeki integrali

$$\int_V f \bullet dv = \iiint f dXdYdZ \quad (3.17)$$

ile verilebilir (35.s.358). Ayrıca sözü edilen V bölgesinin sınırını oluşturan yüzey veya sonlu sayıdaki yüzeyler S' ile gösterilmiş olsun (Şekil 3.2). Bu sınır yüzeylerinin her noktasındaki birim normal vektörü $\vec{n}_1$; tanımlanan bölgenin dışına doğru çizilmiş olsun.

Eğer bir $\vec{F}(X,Y,Z)$ vektör fonksiyonunun X,Y,Z 'ye göre birinci türevleri, V bölgesinin sınır yüzeyi olan S' 'nün bütün noktalarında sürekli ise

$$\int_{S'} \vec{F} \bullet \vec{n}_1 da = \int_V \nabla^* \bullet \vec{F} dv \quad (3.18)$$

Divergens teoremi geçerlidir (35.s.397). Bu teorem yardımı ile X,Y,Z dik koordinatlarında; merkezsiz izdüşüm yolu ile elde edilen, birbirilerinin karşısı ve aynı zamanda benzeri olan elemanlardan oluşan kapalı bir yüzey üzerindeki integrali, bu yüzeyin sınırladığı

bölge içindeki integrale çevrilebilir (42.s.572). Bu nedenle bir vektör fonksiyonunun

$$\vec{F}(X,Y,Z) = \vec{i}u + \vec{j}v + \vec{k}\omega \quad (3.19)$$

olduğu varsayılırsa, önce V bölgesi için

$$\int_V \frac{\partial \omega}{\partial Z} dV = \iiint \frac{\partial \omega}{\partial Z} dXdYdZ \quad (3.20)$$

integrali bulunmaya çalışılacaktır (Şekil 3.2). Bu amaçla koordinat merkezi 0'ye taşınır ve $X = x - u; Y = y - v; Z = z - \omega$ ötelemeleri yapılırsa X,Y,Z koordinat sistemindeki $dXdYdZ$ hacim elemanı, karışık çarpımların ortagonal dönüşümlerde (transformlarda) sıfıra yaklaştığı göz önüne alınarak

$$dXdYdZ = dxdydz - dudvd\omega$$

şeklinde deyimlenebilir (42.s.315). Şekil 3.2'de görülen piramit şeklindeki bölgeler alttan ve üstten, türevleri sürekli S' yüzeyi ve S'' düzlemi ile sınırlanmış olsun. Böyle bir integralin değeri, birbirilerine karşıt alt ve üst yüzeyleri üzerinde $P'(X',Y',Z')$ ve $P''(X'',Y'',Z'')$ noktaları arasında XY - düzlemi içindeki izdüşümleri üzerinde X ve Y 'ye göre integral alma yolu ile bulunabilir (36.s.754). Bu amaçla (3.19) ile verilen vektör fonksiyonu göz önüne alınırsa, $\vec{k}$ birim vektörü yönünde S' ve S'' yüzeyleri için, μ ölçek katsayısını göstermek üzere $-\omega' = \mu\omega''$ olma koşulu altında

$$\int_V \frac{\partial \omega}{\partial Z} dv = - \iint \omega' dXdY$$

yazılabilir. Burada da $dXdY$ alan elemanının değeri $dXdY = dxdy - dudv$ yerine konulursa

$$\begin{aligned}
 -\int_V \frac{\partial \omega}{\partial Z} dv &= \iint \omega' dx dy - \iint \omega' dudv \\
 &= \iint \omega' da' - \mu \iint \omega'' da''
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

bulunur. Çünkü ω' elemanı, izdüşürülen yüzey üzerinde ölçek katsayısı kadar küçülür. Öte yandan P' noktasında alınan da' alan elemanının V bölgesi dışına doğru çizilen normali $\vec{n}_1$ ve $dXdY$ de bu alan elemanının izdüşümleri ise

$$dXdY = -da' \vec{k} \bullet \vec{n}_1 = \mu da'' \vec{k} \bullet \vec{n} \tag{3.22}$$

öte yandan

$$\iint \omega'' dudv = \int_{S''} \vec{k} \omega \bullet \vec{n} da = \int_{S''} \omega'' da \tag{3.23}$$

olduğundan ve $\vec{F}$ vektörünün Z yönündeki izdüşümü $\vec{F}_z = \vec{k} \omega$ 'dır. Benzer işlemler öteki bileşenler için de uygulanır ve (3.22) numaralı ifadelerde işaret, başka deyişle yüzey normallerinin doğrultusu göz önüne alınırsa (3.22)'deki entegral

$$\iint \omega'' da'' = \int_{S''} \vec{F} \bullet \vec{n} da \tag{3.24}$$

değerine eşit olduğu bulunur. Benzer olarak

$$\iint \omega' dXdY = -\int_{S'} \vec{k} \omega \bullet \vec{n}_1 da = -\iint_{S'} \omega' da'$$

yazılabilir. Bunlara göre (3.21) numaralı ifadeyle verilen entegraller; (3.22)'deki işaret etmeni de göz önüne alınarak

$$\begin{aligned}
 -\int_V \frac{\partial \omega}{\partial Z} dv &= \int_{S'} \vec{F} \bullet \vec{n}_1 da - \mu \int_{S''} \vec{F} \bullet \vec{n} da \\
 -\int_V \nabla^* \bullet \vec{F} dv &= \int_{S'} \vec{F} \bullet \vec{n}_1 da - \mu \int_{S''} \vec{F} \bullet \vec{n} da
 \end{aligned}
 \tag{3.25}$$

şeklinde yer koordinatlarına göre ∇^* gradyan vektörü, $\vec{n}_1$ yüzey normali ve $\vec{n}$ düzlem normali türünden verilebilir. Bulunan (3.25) deyiminde ayrıt (3.22)'deki ikinci varsayım gereğince

$$\int_{V'} \nabla \bullet \vec{\phi} dv = \int_V \nabla^* \bullet \vec{F} dv$$

ifadesi konulmakla

$$-\int_{V'} \nabla \bullet \vec{\phi} dv = \int_{S'} \vec{F} \bullet \vec{n}_1 da - \mu \int_{S''} \vec{F} \bullet \vec{n} da \quad (3.26)$$

deyimine varılır.

Kapalı bir yüzey integralinin değeri 4π 'ye eşit olduğundan (42.s.587) S' sınır yüzeyi üzerindeki integralin değeri

$$\int_{S'} \vec{F} \bullet \vec{n}_1 da = 4\pi$$

olup, $\vec{F}$ vektörünün S' kapalı yüzeyi üzerindeki integralidir. Öte yandan V bölgesi içerisinde her Q_i noktasına karşı gelen Δv hacim elemanı, yoğunluk ρ ise; $\rho \Delta v$ değerinin bütün sınır yüzeyi üzerinde toplanmasını ifade eden deyim

$$\int_{S'} \vec{F} \bullet \vec{n}_1 da = 4\pi \sum \rho \Delta v$$

şeklinde yazılabilir. Bunun sürekli büyüklüklerle ifadesi de integral olacağından

$$\int_{S'} \vec{F} \bullet \vec{n}_1 da = 4\pi \int_V \rho dv \quad (3.27)$$

deyimine varılır. Eğer V bölgesi sınır yüzeyi olan S' nün dışında ise aynı integral sıfır değerini alır (42.s.588).

$$\int_{S'} \vec{F} \bullet \vec{n}_1 da = 0$$

Bu ise fotogrametride görüş açısı dışında kalmayı ifade etmektedir. Yukarıda (3.27) numaralı deyim (3.26)'da yerine konulur ve eşitliğin her iki yanı $1/4\pi$ ile çarpılırsa

$$-\frac{1}{4\pi} \int_{V'} \nabla \bullet \vec{\phi} dv = \int_V \rho dv - \frac{\mu}{4\pi} \int_{S''} \vec{F} \bullet \vec{n} da \quad (3.28)$$

çıkar. Bu deyimde de izdüşüm alanının düzlem olduğu düşünülürse, başka deyişle, izdüşüm alanının resim olması dolayısı ile ve ayrıt (3.22)'deki yedinci varsayım gereğince, S'' düzlemindeki $\vec{F} \bullet \vec{n} = K_0$ izdüşümüne varılır ki, bu da

düzlemideyimler. Buna göre (3.28) ifadesi

$$-\frac{1}{4\pi} \int_{V'} \nabla \bullet \vec{\phi} dv = \int_V \rho dv - \frac{\mu}{4\pi} \int_{S''} K_0 da$$

eşitliğine ve buradan da

$$\int_V \rho dv = \frac{\mu}{4\pi} \int_{S''} K_0 da - \frac{1}{4\pi} \int_{V'} \nabla \bullet \vec{\phi} dv$$

çıkar. Entegraller kaldırılmakla da yoğunluk için

$$\rho = \frac{\mu}{4\pi} K_0 - \frac{1}{4\pi} \nabla \bullet \vec{\phi} \quad (3.29)$$

deyimine gelinir. Bu ifade yorumlandığında, resim üzerinde herhangi bir noktaya ilişkin yoğunluk veya kontrast resim ölçeği ve durumu kadar (K_0 normalin durumunu belirler), ortamın neden olduğu hatalara bağlı olduğu sonucuna götürür ki, Lowenthal, S. ve Chavel, P. (1976)'nin vermiş olduğu sonuçlara ve ayrıt 3.21'deki kurallara ters düşülmemiş olur. Ayrıca birim düzlem başına düşen yoğunluk, düzlemin kendi hatalarından ileri gelen ortalama etkilerin olumsuz yönde etkilenmesi sonucu, gerçek değerinden farklı olarak ortaya çıkar.

Öte yandan ayırt (3.22)'de verilen varsayım gereğince de, Divergens teoremine göre S' yüzeyi için (3.27) numaralı ifade göz önüne alınarak

$$\int_V \nabla^* \bullet \vec{F} dv = 4\pi \int_V \rho dv \quad (3.30)$$

şeklinde de yazılabilir. Burada da ayırt (3.22)'de verilen ve kanıtı gösterilen altıncı varsayımdaki (3.15) ifadesi yerine konulursa

$$\int_V \nabla^* \bullet \nabla^* \mathcal{E} dv = 4\pi \int_V \rho dv$$

$$\nabla^{*2} \mathcal{E} = 4\pi \rho \quad (3.31)$$

diferansiyel denkleminde varılır.

Yeniden zamana göre değişimin var olduğu düşünülürse; ayırt (3.22)'de verilen dördüncü varsayım gereğince P_0 noktasındaki (3.31) deyimine ilişkin değerin

$$\nabla^{*2} \mathcal{E}_0 = 4\pi \rho(X_0 Y_0 Z_0, t) \quad (3.32)$$

olacağı açıktır. Bu kez başlangıç olarak P_0 noktası seçilirse ve $P(X, Y, Z)$ de X ekseninde bir nokta, (3.6) denkleminde doğrudan türev alınarak

$$\frac{\partial}{\partial X} (\mathcal{E} - \mathcal{E}_0) = \int_V \left(\rho' + \frac{r}{c} \frac{\partial \rho'}{\partial t'} - \rho_0 - \frac{r_0}{c} - \frac{\partial \rho_0}{\partial t_0} \right) \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{r} \right) dv$$

bulunur. $P = P_0$ olduğu zaman

$$\rho' + \frac{r}{c} \frac{\partial \rho'}{\partial t'} - \rho_0 - \frac{r_0}{c} - \frac{\partial \rho_0}{\partial t_0} = 0$$

olur. Ortalama değer teoremine göre (36.s.136), P ile P_0 arasında bir noktada X' e göre türevin X katı

$$-\frac{r}{c^2} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t'^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial X}$$

olup aşağıdaki bağıntı elde edilebilir.

$$\frac{\frac{\partial}{\partial X}(\varepsilon - \varepsilon_0)}{X} = \int_V \left\{ \frac{r}{c^2} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t'^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial X} \right\} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{r} \right) dv$$

burada görülen (m) alt indisi, parantez içindeki deyimın ortalama değerini göstermektedir. X sıfıra yaklaştığı zaman, başka deyişle ölçmeler ortalamaya yaklaşıncı bu deyim P noktasındaki ikinci türev olarak aşağıdaki deyimi verir.

$$\frac{\partial}{\partial X^2}(\varepsilon - \varepsilon_0) = \int_V \frac{(X - d)^2}{c^2 r^3} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t'^2} dv$$

Benzer yolla

$$\frac{\partial}{\partial Y^2}(\varepsilon - \varepsilon_0) = \int_V \frac{(Y - e)^2}{c^2 r^3} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t'^2} dv$$

$$\frac{\partial}{\partial Z^2}(\varepsilon - \varepsilon_0) = \int_V \frac{(Z - f)^2}{c^2 r^3} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t'^2} dv$$

bulunabilir. Söz konusu bu türevler toplanır ve $r^2 = (X - d)^2 + (Y - e)^2 + (Z - f)^2$ olduğu da düşünülürse

$$\nabla^{*2}(\varepsilon - \varepsilon_0) = \int_V \frac{1}{c^2 r} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t'^2} dv \quad (3.33)$$

deyimine varılır. Burada $\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t'^2} = \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2}$ olduğundan

$$\varepsilon(X, Y, Z, t) = \int_V \frac{\rho' dv}{r} \text{ bağıntısına göre}$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = \int_V \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} dv$$

olup bu değer (3.33) deyiminde yerine konulmakla

$$\nabla^{*2}(\mathcal{E} - \mathcal{E}_0) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2}$$

diferansiyel denkleminde gelinir. Burada ise P_0 noktası için (3.32) bağıntısı yerine konulursa

$$\nabla^{*2}(\mathcal{E} - \mathcal{E}_0) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = 4\pi\rho \quad (3.34)$$

diferansiyel denklemi bulunur.

Yeniden başa dönülür ve ρ ışık yoğunluğunun, uzaysal koordinatlar türünden deyiimi olan (3.29) denkleminde değeri (3.34)'de yerine konulursa

$$\nabla^{*2}\mathcal{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = \mu K_0 - \nabla \bullet \vec{\phi} \quad (3.35)$$

diferansiyel denklemi bulunmuş olur ki, teorem kanıtlanmış olur. Bu bir dalga diferansiyel denklemi olup, $\mathcal{E}$ toplam hatasının (koordinat bileşenlerinin toplamı) uzaydaki yayılışlarının uzaysal koordinatları kadar, zamanın da bir fonksiyonu olduğunu göstermektedir.

Bulunan (3.35) diferansiyel denklemi, ayrıt (3.22)'deki ikinci varsayımda (3.2) numaralı ifade gereğince

$$\nabla^2 \mathcal{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = \mu K_0 - \nabla \bullet \vec{\phi} \quad (3.36)$$

şekline çevrilebilir. Yine varsayımlar ayrıtında, (3.22) numaralı ayrıtta, (3.3) numaralı deyim gereğince $\vec{\phi}$ vektörünün değeri (3.36)'da konulmakla açık olarak

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial Z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = \mu K_0 - \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right)$$

diferansiyel denkleminle gelinir. Eğer resim gibi, bir düzlem üzerinde izdüşüm veren sistemlerde; $\partial \varepsilon / \partial z$ resmin üçüncü boyutunun değişimi, düzlem normalinin sabit olmasından dolayı sifıra eşit olacağından,

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial Z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = \mu K_0 - \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) \quad (3.37)$$

fotogrametride toplam koordinat hatalarının, uzayda yayılışlarını deyimleyen diferansiyel denklem bulunmuş olur.

Aynı denklem daha basit olarak da elde edilebilir. Bu amaçla (l_i) ölçme değerlerinin, üç boyutlu bir uzayda X,Y,Z en olasılıklı değerlerin ve T zamanının birer fonksiyonu olduğu varsayımı yapılırsa $-\varepsilon_i$ gerçek görünen hata ifadesi

$$-\varepsilon_i = f(X, Y, Z, T) - \mu \quad (3.38)$$

şeklinde yazılabilir. Burada f , fonksiyonu deyimlemektedir. μ , kesin değeri uzayda sabit bir değer olup, görünen gerçek hata için $-\varepsilon_i = l_i - \mu$ ifadesine göre bulunabilirler. Çünkü ölçme değerleri, hiçbir zaman kesin değerler alamazlar. En olasılıklı bir değere kadar ulaşabilir. Bu nedenle (3.38) hata deyiminin türevleri alınıp toplanırsa,

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial Z^2} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial X} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial Y} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 l}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 l}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 l}{\partial Z^2} + \frac{\partial l}{\partial X} + \frac{\partial l}{\partial Y} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 l}{\partial t^2}$$

eşitliklerine gelinir. Eğer ölçmelerdeki değişimler sabit ise, hata kavramının varlığından ve değişmelerinden söz edilebilir. Çünkü hatalar küçük sapınçlar olup, kareler toplamının bir minimumdan geçmesi için ikinci türevlerin bir sabite ve birinci türevlerin de sifıra eşit olması gerekir. Bu nedenle yukarıdaki denklem

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial Z^2} + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial X} + \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial Y} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = \mu K_0 \quad (3.39)$$

diferansiyel denklemini verir ki (3.39) ile (3.36) birbirlerine özdeş iki denklemdir.

IV.

SONUÇLAR VE TARTIŞMASI

4.1. Sonuçlar

Üçüncü bölümde bulunan (3.36) ve (3.37) diferansiyel denklemleri, hataların uzaydaki yayılışlarının, ışığa modüle olmuş dalgasal biçimini tanımlayan deyimlerdir. Eğer ölçmeler zamandan bağımsız olarak gerçekleştirilmiş; başka deyişle değişikliğin sonsuz zamanda olduğu düşünülmüş ise, zaman ögesi göz önüne alınmamış demektir. Bu durumda $\partial^2 \mathcal{E} / \partial t^2$ türevleri sıfıra gider ve gevşek yüzey dalgalarına karşılık gelen

$$\nabla^{*2} \mathcal{E} = \mu K_0 - \nabla \bullet \vec{\phi} \quad (4.1)$$

denklemini elde edilir. Divergens teoreminin invariant'lık özelliği göz önüne alınır, (2.1) deyimini ile verilen gerçek hata kavramına ters düşülmemiş olur. Diğer bir deyişle $\mathcal{E}_i = X - l_i$ görünen hatası (4.1) denkleminin bir çözümüdür. Çünkü genel anlamda X gerçek değeri, bir koordinat eksenini alınır, tek boyutlu uzay için (37.s.2); türevler $\partial^2 \mathcal{E} / \partial X^2 = 0$; $\partial \mathcal{E} / \partial X = 1$ olup,

$$\mu K_0 = 1 \quad (4.2)$$

gibi sabite eşitlenir ki, bu durumda ölçekten söz edilemeyeceğinden $\mu = 1$ ve $K_0 = 1$ değerlerini alır ve (4.2) bağıntısı aynı zamanda sınır koşullarını da birlikte verir. Diferansiyel denklem sağlanmış olur.

Öte yandan (4.1) deyimi, düzlemde izdüşüm veren sistemlerin hataları ile ilgili diferansiyel denklemlerdir. Sınır koşullarını sağlamak koşulu ile fotogrametrinin, bilinen koordinat hataları toplamı, denklemi sağlar.

Eğer ölçmeler V bölgesine karşı gelen yeryüzü üzerinde, jeodezik yöntemler ile yapılmış ve fotogrametri kullanılmış ise $\nabla \bullet \vec{\phi} = 0$ olacağından; diferansiyel denklem

$$\nabla^{*2} \mathcal{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = \mu K_0; \mu = 1 \quad (4.3)$$

şeklini alır ki, elektronik ölçme yöntemleriyle ilgili hata yayılımının temel denklemi olabilir.

Bu kez ölçmeler zaman göz önüne alınmadan klasik yöntemlerle gerçekleştiriliyor ise (3.37) diferansiyel denkleminde $\partial^2 \mathcal{E} / \partial t^2 = 0$ ve düzlem üzerindeki izdüşüm hatalarını deyimleyen $\nabla \bullet \vec{\phi} = 0$ olacağından diferansiyel denklem

$$\nabla^{*2} \mathcal{E} = \mu K_0; \mu = 1 \quad (4.4)$$

şekline dönüşür. Yeri düzlem varsayarak yapılan, mühendislik işlerinde ise

$$\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial Y^2} = \mu K_0; \mu = 1 \quad (4.5)$$

diferansiyel denklemi geçerlilik kazanır. Eğer hatanın zamandan bağımsız olduğu ve doğrusal (lineer) bir değişim gösterdiği, (2.1) deyimi ile verilen hata tanımı kabul edilirse

$$\nabla^{*2} \mathcal{E} = 0; \mu = 1 \quad \text{ve} \quad K_0 = 0 \quad (4.6)$$

diferansiyel denkleminde gelinir. Çünkü $\varepsilon_i = X - l_i$ görünen gerçek hatanın türevleri alınırsa denklem sağlanır. Tersten gidilirse (4.6) diferansiyel denkleminin çözümü, tek boyutlu uzayda

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial X} = C_1$$

$$\varepsilon = C_1 X + C_2 \equiv X - l_i$$

'den $C_1 = 1$ ve $C_2 = l_i$ çözümü bulunmuş olur.

4.1.1 İzdüşüm Veren Sistemlerde Hata Yayılımı

İzdüşüm veren sistemlerde toplam hatanın yayılımını veren diferansiyel denklem (3.36) ile tanımlıdır. Denkleminde görülen K_0 sabiti, hareketli sistemlerde sabitlik özelliğini kaybeder ve $K_0 = f(X, Y, Z, t)$ gibi değişken bir özellik kazanır. Örneğin hata dalgası v düzeltmesi türünden yazılırsa, λ dalga boyunu; x, y, z dalganın uzaydaki konumunu ve c' 'de ışık hızını göstermek üzere, t zaman olarak deyimi

$$\varepsilon = v_1 \sin \frac{n\pi x}{\lambda} \cos \frac{n\pi t}{\lambda} + v_2 \sin \frac{n\pi y}{\lambda} \cos \frac{n\pi t}{\lambda} + v_3 \sin \frac{n\pi z}{\lambda} \cos \frac{n\pi t}{\lambda} \quad (4.7)$$

şeklinde ifade edilebilir. Görülen dalga ifadesi, duran dalgaları deyimlemekte olup v_1, v_2, v_3 koordinatlar boyunca toplam hatanın izdüşümüne karşı gelen düzeltmelerdir. Bu durumda ise K_0 dalga yapısına sahip bir fonksiyon olmuş olur (16.s.393).

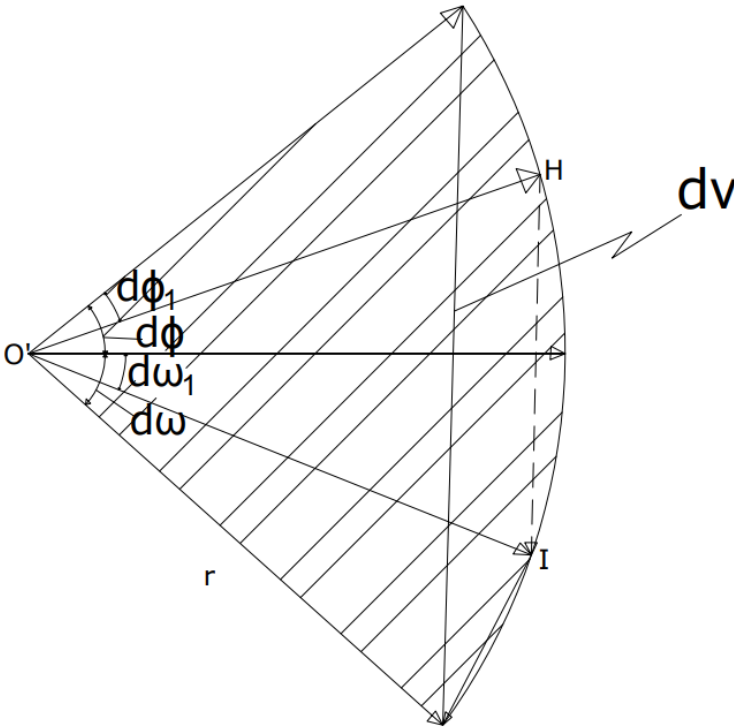
Hareketli dalgalar durumunda ise genel çözümler

$$\varepsilon = v_1 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - ct) + v_2 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (y - ct) + v_3 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z - ct)$$

şeklinde veya bunların cosinüs'leri ile kombinasyonları olabilir. Bu durumda da K_0 bir dalga yapısına sahip fonksiyondur. Her

genel çözüm, her probleme istenen çözüm olamayacağı için; problemler kendi sınır koşullarında incelenerek, diferansiyel denklemi sağlayan özel çözümler bulunmalıdır. Örneğin, yersel fotogrametride, (3.36) diferansiyel denklemini sağlayan özel çözümler aranırsa aşağıdaki sonuçlar çıkar.

Yersel fotogrametride, y resim koordinatı yerine, z alınarak hesaplar yapılır. Bu tür uygulamalar için, önce birim küre yüzeyi üzerinde bir H noktasının yer vektörü, koordinat eksenlerine göre çok küçük $d\omega_1$ ve $d\phi_1$ gibi sıfıra çok yakın ilk dönüklüklere sahipse; yine çok küçük $d\omega$ ve $d\phi$ dönüklükleri, $d\omega_1$ ve $d\phi_1$ 'e ek olarak oluşuyorsa dx ve dy diferansiyel hataları için (Şekil 4.1)



Şekil 4.1 Dönüklük açılarının durumu

$$dx = x - x_1 = rd\phi - rd\phi_1; \quad r = 1$$

$$= d\phi - d\phi_1$$

$$dy = y - y_1 = rd\omega - rd\omega_1; \quad r = 1$$

$$= d\omega - d\omega_1$$

diferansiyel büyüklüklerine varılır. Buna göre dx ve dy diferansiyel büyüklüklerinin bulunduğu düzlem için $d\vec{v}$ diferansiyel vektör deyimini

$$d\vec{v} = \vec{i}(d\phi - d\phi_1) + \vec{j}(d\omega - d\omega_1) \quad (4.9)$$

olur.

Öte yandan bir ışık kaynağından çıkan ışık ışınları, konu (cisim ve obje)'ya t anında ulaşıyorsa, O' izdüşüm merkezinden geçtikten sonra, izdüşüm düzlemine; R ışın yolunu göstermek üzere, $t' = t + R/c$ anında ulaşır. Her iki yol arasındaki zaman farkı Δt , Michelson kuralına göre (c) ışık hızını, (u) fotoğraf makinesinin hızı ve (d) de objektif ile fotoğraf plağı arasındaki uzaklık olmak üzere $\Delta t = du^2/c^3$ ile verilmektedir. Işığın uzayda aldığı l uzaklığı $c \cdot \Delta t$ çarpımı olduğundan, Δt değeri burada konulmakla

$$l = \frac{du^2}{c^3} \cdot c = \frac{\alpha^2}{c^2}$$

ışığın aldığı yol bulunur (16.s.997-1003).

$$l' = \frac{l}{M_1} = \frac{\alpha^2}{c^2}$$

gibi karşıtı, izdüşüm düzleminde daha küçük olarak oluşacağından ve yine ışığın her yönde eşit yayıldığı varsayımından (16.s.997-1003), normal doğrultudaki vektör de

$$\vec{N} = \vec{i} \left(\frac{l}{M_1} \frac{\alpha^2}{c^2} \right) + \vec{j} \left(\frac{l}{M_1} \frac{\alpha^2}{c^2} \right) \quad (4.10)$$

olacaktır. $d\vec{v}$ diferansiyel vektörün normal doğrultu üzerindeki izdüşümü μK_0 olarak alınırsa

$$\begin{aligned} n = \mu K_0 &= \vec{N} \bullet d\vec{v} \\ &= \left(\frac{l}{M_1} \frac{\alpha^2}{c^2} \right) d\phi + \left(\frac{l}{M_1} \frac{\alpha^2}{c^2} \right) d\omega - \left(\frac{l}{M_1} \frac{\alpha^2}{c^2} \right) (d\phi_1 + d\omega_1) \end{aligned} \quad (4.11)$$

değerini verir.

Ayrıca h uzaklığında bir cisim, objektif merceğine göre $l/h + l/u' = l/f$ denklemi ile deyimlenebilir (41.s.31). Görüntü odak düzleminde olduğundan $u' = f$ alınabilir. Bu durumda mercek denklemi $h + f/h \cdot f = l/f$ şeklini alır. Denklemden $h \cdot f$ çarpımına ölçek gözü ile bakılabilir. Böylece $l/2M_1 = l/h \cdot f$ sayısı tanımlanırsa ve yine ışığın her doğrultuda eşit yayılışından $h = \frac{\alpha^2}{c^2}$ alınırsa, (4.11) denklemlerine $l/2M_1 = c^2/\alpha^2 \cdot f$ sayısı sokulabilir. Öte yandan ışın yolunun, optik eksenle yaptığı θ açısına bağlı olarak

$$\beta^2 (1 + \tan^2 \theta)^{1/2} = \frac{\alpha^2}{M_1} (d\phi_1 + d\omega_1)$$

dönüşümü yapılırsa (4.11) deyimini

$$n = \mu K_0 = \frac{2}{f} d\phi + \frac{2}{f} d\omega - \frac{\beta^2}{c^2} (1 + \tan^2 \theta)^{1/2} \quad (4.12)$$

şekline dönüşür. Bu değerler de (3.36) diferansiyel denkleminde yerine konulursa

$$\nabla^2 \varepsilon - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = \left\{ \frac{2}{f} (d\phi + d\omega) - \frac{\beta^2}{c^2} (1 + tg^2 \theta)^{1/2} \right\} - \nabla \bullet \vec{\phi} \quad (4.13)$$

yersel fotogrametri için dalga denklemi bulunmuş olur. Yukarıdaki dönüşümde $(1 + tg^2 \theta)^{1/2}$ dönüşümü, impuls resposnlarının her doğrultuda farklı olması nedeni ile yapılmıştır. Çünkü ışın yolunun optik eksenle yaptığı açı $\theta = 0$ olunca β^2 / c^2 elde edilir ki, nokta dağılmasını ifade eder. Zaman paralakslarının da oluşmasının nedeni gözüyle bakılabilir. Söz konusu açının sıfırdan farklı olması distorsiyon bileşenlerini ortaya çıkaracaktır.

Öte yandan, (4.13) denkleminde zamansal frekanslar nedeni ile ortaya çıkan

$$\varepsilon = \frac{\beta^2 t^2}{2} (1 + tg^2 \theta)^{1/2}$$

deyimi, ayırıt 3.22'de verilen (3.4) varsayımından giderek de bulunabilir. Bu amaçla, r_0 uzaklığında ρ_0 yoğunluğu alınırsa ε_0 hata potansiyeli aşağıdaki gibidir.

$$\varepsilon_0 = \int_V \frac{\rho_0 dV}{r_0}$$

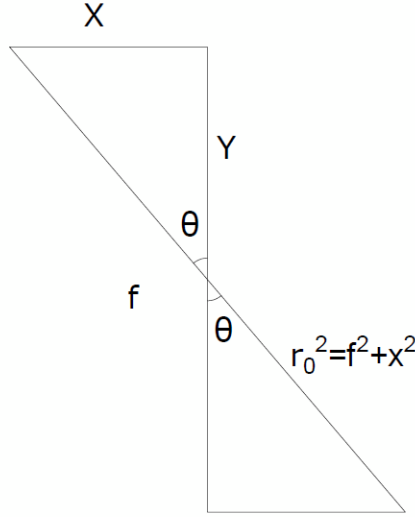
Bunun zamana göre türevi alınırsa

$$\mu K_0 = \frac{\partial^2 \varepsilon_0}{\partial t^2} = \int_V \frac{1}{r_0} \frac{\partial^2 \rho_0}{\partial t^2} \cdot dV_0$$

$$dV_0 = 4\pi r_0^2 dr_0$$

$$\mu K_0 = \frac{\partial^2 \varepsilon_0}{\partial t^2} = \int_V 4\pi r_0^2 \frac{\partial^2 \rho_0}{\partial t^2} \cdot dr_0$$

yazılabilir. Fotoğraf makinesinin f odak uzaklığı ve resim üzerinde x radyal uzaklığa bağlı olarak $r_0 = (f^2 + x^2)^{1/2}$ yazılabilir (Şekil 4.2).



Şekil 4.2 Işın yolunun odak uzaklığına ve resmin radyal uzaklığına bağlı değişimi

Buna göre deyim

$$\mu K_0 = \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial t^2} = \int_V 4\pi f (1 + tg^2 \theta)^{1/2} \frac{\partial^2 \rho_0}{\partial t^2} \cdot dr_0$$

şekline dönüşür. Birim küre takkesi alanına gelen $m / 4\pi_0^2 = M$ 'likfoton kütlelerinin doğurduğu etki, yoğunluk değişmesi $\partial^2 \rho / \partial t^2 = k$ sabit alınarak

$$\mu K_0 = \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = \int_0^r \frac{4\pi f}{M} k dr_0 (1 + tg^2 \theta)^{1/2}$$

$$\beta^2 = 4\pi \int_0^r \frac{fk}{M} dr_0$$

dönüşümü ile

$$\mu K_0 = \frac{\partial^2 \varepsilon_0}{\partial t^2} = \beta^2 (1 + tg^2 \theta)^{1/2}$$

türevi elde edilir. Her iki yan $1/c^2$ ile çarpılırsa, değer değişmeyeceğinden

$$\mu K_0 = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} = \frac{\beta^2}{c^2} (1 + tg^2 \theta)^{1/2}$$

bulunur. Bunun integrali, iki integral sabiti getirir. Ancak gözleme başlangıcında $t = 0$ için $\varepsilon = 0$ ve $d\varepsilon / dt = 0$ olacağından, integral

$$\varepsilon = \frac{\beta^2 t^2}{2} (1 + tg^2 \theta)^{1/2}$$

hata deyimini verir. Böylelikle yapılan varsayıma da ters düşülmemiş olur.

Bulunan (4.13) numaralı denklem, yersel fotogrametri için toplam koordinat hatalarına ilişkin değişimi deyimleyen denklem olup, genel çözümler yanında, fotogrametrik hataları sağlayan özel çözümleri bulmak gerekir.

Yersel bir resim için koordinat hataları

$$\begin{array}{lcl} \underline{d\phi} & \underline{d\omega} & \underline{dk} \\ dx & = f(1 + \frac{x^2}{f^2}) & - \frac{xz}{f} - z \\ dy & = \frac{xy}{f} & f(1 + \frac{z^2}{f^2}) x \end{array}$$

ile verilmektedir (1.s.95-100). Koordinat hataları toplanırsa

$\frac{\beta^2 t^2}{2} (1 + tg^2 \theta)^{1/2}$ zamansal frekanslar ile ilgili, nokta dağılma fonksiyonu da katılırsa

$$\varepsilon = dx + dy$$

$$\varepsilon = f(d\phi + d\omega) + \frac{d\phi}{f} x^2 + \frac{d\omega}{f} z^2 + \left(\frac{d\phi}{f} - \frac{d\omega}{f} \right) xz$$

$$d\chi x - d\chi z + \frac{\beta^2}{2} t^2 \cdot (1 + tg^2 \theta)^{1/2} \quad (4.14)$$

özel çözümü bulunmuş olur. Görüldüğü gibi ε , toplam hata denklemdir ve söz konusu (3.36) diferansiyel denklemini sağlar. Çünkü

$$\nabla^2 \varepsilon = \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} = \frac{2}{f} (d\phi + d\omega)$$

$$\nabla \bullet \vec{\phi} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = dk - dk = 0$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = \beta^2 \cdot (1 + tg^2 \theta)^{1/2}$$

türevleri, (3.36)'da yerine konulursa denklemin sağlandığı görülecektir. Böylelikle β^2 katsayıları yardımı ile zaman paralakslarına çözüm getirilmiş olmaktadır. β^2 katsayısı nokta dağılma fonksiyonunu, başka bir deyişle impuls resposnlarını deyimlemektedir. Bunu kanıtlamak için, yalnızca

$$\varepsilon = \frac{\beta^2}{2} \cdot t^2 (1 + tg^2 \theta)^{1/2}; \quad \{\beta^2\} = \frac{L}{T^2} \quad (4.15)$$

deyimi alınır, $\beta^2 / 2 = p v / m (1 + tg^2 \theta)^{1/2}$ değerine sahip olup, boyut olarak tutar. Ayrıca bu deyim; birim zamanda birim alandan

geçen ışık zerresini de deyimler. Aynı sonuç, ayırt (2.2)'de verilen (2.3) numaralı diferansiyel denklemin çözümü olarak da bulunabilir (32.s230-271).

Öte yandan ışık hızı türünden $d\varepsilon$ nokta dağılması $d\varepsilon = ct$ olarak alınabilir. Bu değer (4.15)'de yerine konulursa $2ct = \beta^2 t^2 (1 + tg^2 \theta)^{1/2}$ bulunur. Her iki yan fotonun m kütlesi ile çarpılınca değer değişmeyeceğinden ifade $2mc = m\beta^2 t^2 (1 + tg^2 \theta)^{1/2}$ şekline dönüşür. Burda $mc = p$ ışık momentumuna, o da impulsuna eşit olup t 'de her resim çekimi sırasında objektifin açık olduğu, yani pozlama süresini gösterir. Her poz süresinde bir resim çekildiğinden t poz süresi, aslında resim çekme periyodudur. Denklem bu kez $2p/t = m\beta^2 (1 + tg^2 \theta)^{1/2}$ şeklini alır ki, ν frekansı $\nu = 1/t$ olduğundan

$$\frac{\beta^2}{2} = \frac{p\nu}{m \cdot (1 + tg^2 \theta)^{1/2}} \quad \{\beta^2\} = \frac{L}{T^2} \quad (4.16)$$

impuls responslarını verir. Yukarıda (4.14) denkleminde hem uzaysal, hem de zamansal boyutların bulunması, Abbe kuramı ve Vienot, J.C. ile J.P. Goedgebuer (1976)'nın vardıkları sonuçlarla çelişki oluşturmaz. Alışlagelen fotogrametrik hata kavramına, zamansal paralaks getirilmektedir. Bu nedenle resimler yöneltilirken, zamanın resimler üzerindeki etkilerini de belirtebilmek olanaklı olmaktadır. Ayrıca Levitin, L. (1976) tarafından (2.5) ile verilen frekans belirsizliğini de $\nu = 1/t$ ifadesi doğrulamış olur.

Yukarıdaki (4.14) denkleminde, ışın yollarının optik eksenle yapmış oldukları θ açısının bulunması distorsiyonun da aynı denklemler yardımıyla bulunabileceği izlenimini vermektedir. Çünkü θ büyüdükçe, ε toplam hatası, açının tanjantı ile büyür, bu da distorsiyonun sahip olduğu özelliklere ters düşmez. Aynı

zamanda pozlama süresi ve distorsiyon arasında zamansal frekanslar türünden bağıntı kurulmuş olur.

4.1.2. İzdüşüm Vermeyen Sistemlerde Hata Yayılışı

Bu tür sistemler, yer üzerinde yapılan optik veya elektronik ölçmelerdir. İzdüşüm şeklinde görüntü kaydedilmediği için, (4.3) diferansiyel denklemi geçerlidir. Klasik yolda yapıldığı gibi, ölçmeler bir düzlem üzerinde yapıldığı varsayılıyorsa bu kez (4.5) diferansiyel denklemi geçerlidir. Bu tür diferansiyel denklemlere Poisson tipi denklem denildiğinden ve bunlar gevşek yüzeysel dalgaları deyimlediklerinden, (4.5) ifadesi gevşek yüzey dalgalarını deyimleyen hata denklemidir (7.s.33-34).

Gevşek yüzey dalgalarına ilişkin diferansiyel denkleme, en küçük kareler yöntemi uygulandığında, denklemin minimum değeri vermesi için

$$\int_V (\nabla^2 \mathcal{E} - K_0)^2 dV = \text{Min} \quad (4.17)$$

olması gerekir. Eğer hata fonksiyonu $\mathcal{E} = \sum_{i=1}^n a_i^n f(x, y, z)$ gibi fonksiyonsa, katsayıların varyasyonu, normal denklemlere götürür. Buna göre (4.17) denkleminde

$$2 \int_V (\nabla^2 \mathcal{E} - K_0) \frac{\partial}{\partial a_i} (\nabla^2 \mathcal{E}) dV = 0; \quad n = 1, 2, 3, \dots, r \quad (4.18)$$

deyimine varılır. Bu tür yaklaşım genellikle değişkenler ile birlikte parametrelerin de değiştiği özel durum için kullanılır. Örneğin hata için $\mathcal{E} = a_i x^3 + b_i y^3$ ifadesi ele alınırsa, türevler ve denklem

$$\nabla^2 \mathcal{E}_i = 6a_i x + 6b_i y$$

$$\frac{\partial}{\partial a_i} (\nabla^2 \mathcal{E}_i) = 6x$$

$$\frac{\partial}{\partial b_i}(\nabla^2 \varepsilon_i) = 6y$$

$$\begin{aligned} \int_S (\nabla^2 \varepsilon_i - K_0) \frac{\partial}{\partial a_i} (\nabla^2 \varepsilon_i) ds &= \int_S \{36(x^2)a_i + 36(xy)b_i - 6K_0x\} ds \\ + \int_S \{36(xy)a_i + 36(y^2)b_i - 6K_0y\} ds &= 0 \end{aligned}$$

bulunur ki, sıfıra özdeş olmaları için, terimlerin ayrı ayrı sıfıra eşit olması gerekir. Sonlu büyüklükler için entegral yerine toplamlar alınır ve x_i, y_i değişkenleri belli ise a_i, b_i parametreleri bulunabilir. Buna göre dengeleme denklemleri

$$\sum_{i=1}^n 6ax_i^2 + \sum_{i=1}^n 6bx_iy_i = \sum_{i=1}^n K_0x_i \quad (4.19)$$

$$\sum_{i=1}^n 6ax_iy_i + \sum_{i=1}^n by_i^2 = \sum_{i=1}^n K_0y_i$$

şeklinde yazılabilir.

Gevşek yüzey dalgaları ile ilgili Poisson diferansiyel denkleminin genel çözümleri dairesel fonksiyonlar olup, dengeleme amaçları için pratik sonuç vermezler. Ancak teodolitlerin yatay açı dairesi bölümlendirme hatalarının araştırılmaları gibi, çok özel konularda kullanılır (39.s.94). Bu nedenle

$$\varepsilon = \frac{k_1}{2}x^2 + \frac{k_2}{2}y^2$$

$$\varepsilon = k_0 + k_1x + k_2y + k_1k_2xy + \frac{k_1}{2}x^2 + \frac{k_2}{2}y^2$$

$$\varepsilon = k_0 + \frac{k_1}{2}x + \frac{k_2}{2}y + \frac{k_1k_2}{4}xy + k_1x^2 + k_2y^2$$

gibi özel çözümlerin kullanılmaları, dengeleme açısından kolaylık sağlar. Eğer k_1 ve k_2 potansiyelleri biliniyor ise, ikinci tür denklemin türevlerinden herhangi bir noktadaki olması gerekli koordinat

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = k_1 + k_1 k_2 y + k_1 x = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial y} = k_2 + k_1 k_2 x + k_2 y = 0$$

$$x = \frac{k_2 - 1}{1 - k_1 k_2}; y = \frac{k_1 - 1}{1 - k_1 k_2};$$

olarak bulunabilir. Bu değerler jeopotansiyeller ile ilgilendirilerek bir kara parçasının anamolileri saptanabilir. Ayrıca ortometrik yükseklikler ile koordinatlar arasında bir ilişki kurulabilir (3.s.205).

Eğer koordinatlar belli ise, bir kareler ağında potansiyeller sonlu farklar yönteminden gidilerek, yaklaşık olarak

$$k_1 = \frac{h_{i-1} - 2h_i + h_{i+1}}{a^2} \quad (4.20)$$

$$k_2 = \frac{h_{i-1} - 2h_i + h_{i+1}}{b^2}$$

şeklinde bulunabilir. Burada a ve b kareler ağında, karelerin dik kenarlarını gösterir. Burada dikdörtgene genelleme yapmak amacı ile, yukarıdaki şekilde gösterilmiştir.

Basit bir örnek olması açısından, düzlem ölçmelere ilişkin; nivelmanda kullanılmak üzere aşağıdaki dengeleme yöntemi geliştirilebilir.

Eğer hatanın yayılımı $\mathcal{E}_i = \frac{k}{2}(x^2 + y^2)$ şeklinde alınırsa, bu denklem hem (4.4) ile verilen hata diferansiyel denklem koşulunu,

hem de (4.5) numaralı denklemi sağlar. Bulunan çözüm, her noktanın yükseklik farkı hatası için yazılırsa $\varepsilon_i = l_i - \bar{X}$ olduğundan

$$l_1 - \overline{\Delta h_1} = \frac{k}{2}(x_1^2 + y_1^2)$$

$$l_2 - \overline{\Delta h_2} = \frac{k}{2}(x_2^2 + y_2^2)$$

.....

$$l_n - \overline{\Delta h_n} = \frac{k}{2}(x_n^2 + y_n^2)$$

bulunur. Bunların toplamı kapanma hatasını vereceğinden

$$f_{\Delta h} = \{\varepsilon\} = \{1 - \overline{\Delta h}\} = \frac{k}{2}(\{xx\} + \{yy\})$$

buradan da k potansiyeli

$$k = \frac{2f_{\Delta h}}{(\{xx\} + \{yy\})} \quad (4.21)$$

olarak bulunur ve $\varepsilon_i = \frac{k}{2}(x^2 + y^2)$ deyimi ile birlikte,

düzeltilmenin hata ile ters işaretli olduğu da göz önüne alınarak dengelemeye sokulur. Zaten göz önüne alınan

$$\varepsilon = \frac{k_1}{2}x + \frac{k_2}{2}y + \frac{k_1k_2}{4}xy + k_1x^2 + k_2y^2 \text{ türünden bir hata}$$

denklemini, hata elipsini tanımlayan ve bir minimumdan geçen denklemlerdir.

Çünkü

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x \partial y} \right)^2 > 0$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} > 0; \quad \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial y^2} > 0$$

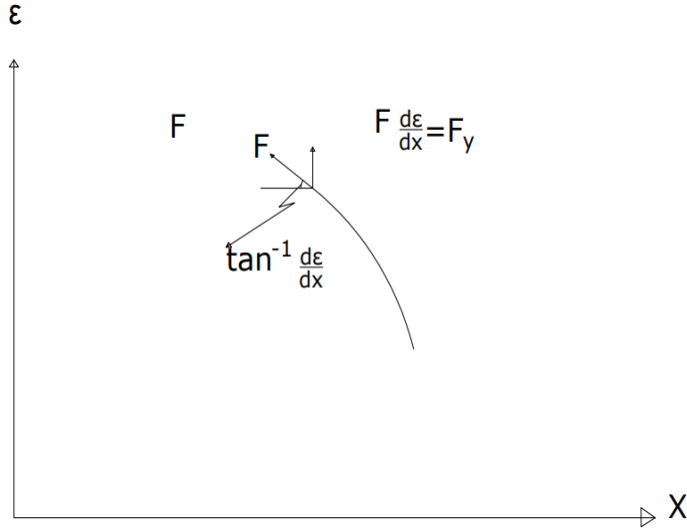
minimumluk koşullarını sağlar (38.s.51). Türevler alınıp, yerine konulmakla anılan özellik gösterilebilir. Yalnız ikinci koşul, $64k_1k_2 - (k_1k_2)^2$ ifadesini verir ki, $k_1k_2 = x$ dönüşümü ile ikinci derece denklemine gelinir. Bunun iki reel kökü olduğundan söz konusu koşul kendiliğinden sağlanmış olur. Çünkü iki reel kökün bulunması, ikinci koşulda verilen diskriminant koşulunun sağlanması ile olanaklıdır.

Söz konusu olan ε hatalarının kendileri minimum koşulunu sağladığına göre, kareleri toplamları da kendiliğinden minimum olma koşulunu sağlar. Bununla varılan özellik, minimumların minimumunu bulma problemine dönüşür.

Ayrıca söz konusu denklem; fotogrametride komparator koordinatlarının resim koordinatlarına dönüşümünde kullanılan afin dönüşüm denklemlerini vermektedir (2.s.24;11.s.104)

4.1.3. Hata Dalgalarında Güç ve Yoğunluk

Bir hata dalgası üzerine etki eden F kuvveti olsun. Bu kuvvetin durumu Şekil 4.3'deki gibi olsun. Bu kuvvet, hata dalgası x boyunca sağa doğru giderken; dalgaya engel olmaya ve ortadan kaldırmaya çalışan kuvvettir.



Şekil 4.3 Hata dalgası üzerine etkiyen kuvvet (16.s.405)

F kuvveti ile yatayın yapmış olduğu açının tanjantı $d\epsilon/dx$ olup, yayılma yönü x 'e dik yöndeki kuvvet de F_y 'dir. Başka deyişle F_y kuvveti ϵ hata doğrultusunda, hata üzerinde doğrudan etkili olan kuvvettir. Şekilde eğim negatif, F_y ise pozitifdir. F kuvvetinin yatayla yaptığı açı çok küçük olduğundan, F yatay olduğu varsayılırsa

$$F_y = -F \frac{d\epsilon}{dx}$$

bulunur. Herhangi bir x kesitinde, dalga hızı ($u = d\epsilon/dt$) ile, F_y hata doğrultusundaki yatay kuvvet çarpılırsa

$$F_y \cdot \frac{d\epsilon}{dt} = -\left(F \frac{d\epsilon}{dx}\right) \cdot \frac{d\epsilon}{dt} \quad (4.22)$$

bağıntısı elde edilir. Burada $\vec{F}_y \bullet \vec{d\epsilon}$ büyüklüğü, hata yaratan kuvvetin yaptığı iş olup, birim zamanda yapılan iş de güç olarak tanımlandığından (4.22) deyimini

$$P = \left(-F \frac{d\mathcal{E}}{dx}\right) \cdot \frac{d\mathcal{E}}{dt} \quad (4.23)$$

güç deyimine çevrilir.

Şimdi de hata dalgası v düzeltmesine göre, uzayda

$$\mathcal{E} = v \sin(kx - \omega t)$$

dağılımı verdiğiğine göre;

$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = kv \cos(kx - \omega t)$$

$$-F \frac{d\mathcal{E}}{dx} = -Fkv \cos(kx - \omega t)$$

$$u = \frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\omega v \cos(kx - \omega t)$$

türevleri (4.23)'de konulmakla güç ifadesi için

$$P = k\omega v^2 \cos^2(kx - \omega t) \cdot F$$

Bulunur. Buraya dikkat edilirse güç veya enerjinin değişme hızı sabit değildir. Çünkü güç, titreşimi oluşturmaktadır. Hata dalgasının taşıdığı enerji her bir hata elemanı tarafından ayrı ayrı depolanır ve dalga hareketinin kinetik enerjisini oluşturur. Potansiyel enerji ise deformasyonu, başka deyişle ümit edilen değerden ayrılmayı oluşturur.

Dalgaya verilen güç genellikle, hareket periyodu üzerinden bir ortalama olarak alınabilir. Buna göre istenen ortalama güç $(\bar{P})$, T periyodu göstermek üzere

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} P dt$$

ile verilebilir. Burada $\sin^2 x$ ve $\cos^2 x$ fonksiyonlarının ortalama değerinin $\frac{1}{2}$ olduğu gerçeği kullanılırsa, dalga için

$$P = \frac{1}{2} v^2 k \omega F = 2\pi^2 v^2 f^2 \frac{F}{u} \quad (4.24)$$

güç ifadesi elde edilmiş olur.

Yeniden (4.23) ifadesi düzenlenirse

$$E = \int_0^t P \bullet dt = \int_0^\varepsilon \left(-F \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) \bullet d\varepsilon \quad (4.25)$$

enerji ifadesi bulunmuş olur. ε 'nın v görünür düzeltmesine göre değişmesi

$$d\varepsilon = \sin(kx - \omega t) \cdot dv$$

olup türevler (4.25)'te konulmakla

$$E = - \int_0^v F k v \cos(kx - \omega t) \cdot \sin(kx - \omega t) \cdot dv$$

$$E = - \frac{1}{4} k F \sin 2(kx - \omega t) \int_0^v v \cdot dv$$

$$E = - \frac{1}{4} k F \sin 2(kx - \omega t) \cdot v^2 \quad (4.26)$$

bağıntısına varılır. Zaman (t) sabit iken, x koordinatı doğrultusunda hata enerjisinin minimum olması için

$$\frac{\partial E}{\partial x} = - \frac{1}{4} k^2 F \sin 2(kx - \omega t) \cdot v^2 = 0 \quad (4.26.a)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = - \frac{P}{u} \cdot \text{tg}(kx - \omega t) = 0 \quad (4.26.b)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = 2k^2 F \left(-\varepsilon \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.26.c)$$

bağıntıları bulur ki dalga numarası (k) ile açısal hız (ω) arasında, (4.26.a)'dan

$$2(kx - \omega t) = \frac{\pi}{2}$$

$$(kx - \omega t) = \frac{\pi}{4}$$

değerine varılır. Buna göre hata enerjisinin değişimi bir $E_{\min}$ 'a erişir.

$$\frac{E}{\sin 2(kx - \omega t)} = -\frac{1}{4}kFv^2 = E_{\min} \quad (4.27)$$

Çünkü $\sin 2(kx - \omega t) = 1$ değerini, $kx - \omega t = \frac{\pi}{4}$ için alır.

Bulunan

$$E_{\min} = -\frac{1}{4}kFv^2$$

deyiminde düzeltmesi yalnız x koordinatı yönündeki düzeltme olarak alınmıştır. k ve F değerleri belli ortam, belli aygıt için sabit alınabileceğinden değişken olarak v düzeltmesi kalır. x yönündeki düzeltmeye v_1 , y yönündeki düzeltmeye v_2 ve z yönündeki düzeltmeye de v_3 denilirse minimum enerji ifadesi

$$E_{\min} = -\frac{1}{4}kF(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2)^2$$

elde edilir. Buradan varılan sonuç

$$E_{\min} = -\frac{1}{4}kF\{vv\}$$

olup düzeltmelerin karelerinin toplamının minimum olması gerektiğini verir. Buradan çıkartılan şey; hataların uzayda, düzeltmelerin karelerinin toplamı minimum olacak şekilde bir minimum enerjiyle yayıldığı sonucudur.

Öte yandan (4.26.b) denkleminin verdiği $kx = \omega t$ koşulu (4.27) ile verilen minimum enerji miktarını sonsuza yaklaştırır ki, hataların kareleri toplamının da sonsuz olmasını gerektirir. Varılan bu sonuç ise evrenin kareler toplamı minimum olan hatalar ile dolu olduğu ve hatasız bir evrenin olamayacağı gerçeğine götürür. Yoksa bu durumda (4.26) deyimini sıfır olur ki bilinen evren tanımının değişmesi demektir.

4.1.4. Hata Dalgalarının Olasılık Frekansları

Bu amaçla önce hatanın düzeltme türünden ifadesi olan $\mathcal{E} = v \sin(kx - \omega t)$ dalga denklemi ele alınırsa, bunun x ve t 'ye göre türevleri

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = kv \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = -\omega v \cos(kx - \omega t)$$

bulunur ve her ikisinde de $v \cos(kx - \omega t)$ ortak terimi yok edilirse

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = -\frac{\omega}{k} \cdot \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \quad (4.28)$$

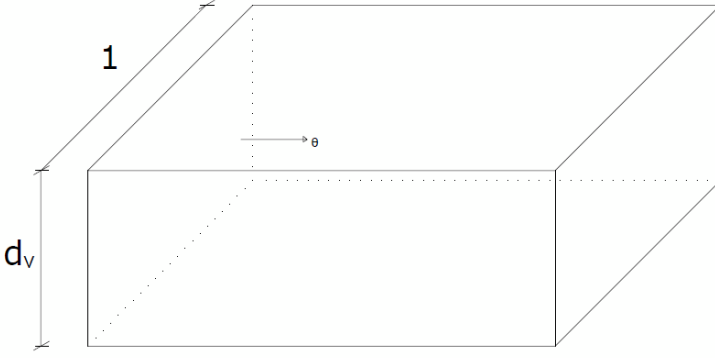
$$u = -\frac{\omega}{k} \cdot \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x}$$

diferansiyel denkleminde gelinir. Burada da u hata hızını, ω açısal hızı ve k da dalga numarasını göstermektedir.

Öte yandan dv düzeltmesi kadar bir yüksekliğe, birim genişliğe sahip bir kesitten, u hızı ile ilerleyen bir hata katarının geçen toplam miktarı, ϕ yoğunluğu göstermek üzere

$$dM = l \cdot dv \cdot u \cdot \phi \quad (4.29)$$

ile ifade edilebilir (Şekil 4.4).



Şekil 4.4 Bir kesitten geçen hata yoğunluğu

Aynı dM miktarı r değişme oranı olmak üzere yoğunluğun değişimi şeklinde

$$dM = rd\phi \quad (4.30)$$

olarak da gösterilebilir. Geçen hata miktarını ifade eden (4.29) ile (4.30) birbirine eşitlenir ve (4.28)'den hızın değeri konulursa

$$rd\phi = \phi u dv$$

$$\frac{d\phi}{\phi} = -\frac{\omega}{rk} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \cdot dv \quad (4.31)$$

$$\frac{d\phi}{\phi} = -\frac{\omega}{r} \cos(kx - \omega t) v \cdot dv$$

diferansiyel denkleminde gelinir. Her iki yanın integrali alınmakla da

$$\ln \phi = -\frac{\omega}{2r} \cos(kx - \omega.t) v^2 - C$$

$$\phi = Ae^{-\frac{\omega}{2r} \cos(kx - \omega.t) v^2} \quad (4.31.a)$$

yoğunluk deymimi elde edilmiş olur. Eğer h presizyon katsayısının karesi ile $h^2 = \omega \cos(kx - \omega.t) / 2r$ gösterilirse, Gauss olasılık yoğunluğu elde edilmiş olur (38.s.406-413).

$$\phi = Ae^{-h^2 v^2} ; A = \frac{h}{\sqrt{\pi}} ; h = \frac{1}{m\sqrt{2}} \quad (4.32)$$

Burada dikkat edilmesi gereken nokta, hata dalga denkleminin düzeltme türünden alınmasıdır. Buna göre hata, düzeltmeden daha küçük bir büyüklük olup, kapalı olarak düzeltmelerin içinde giderilemeyen ve nedenleri bilinmeyen düzenli hataların bulunmasıdır. İkinci olarak dikkat edilecek özellik yoğunluk artma oranının bulunmasıdır. Bu katsayı ne denli küçük ise yapılan ölçmeler de o denli sağlıklı ve en olasılıklı değere yakındır. Eğer ölçmeler zamandan bağımsız olarak yapılmış veya aranan özelliğin sonsuz zamanda değiştiği varsayılırsa tümüyle Gauss olasılık yoğunluğu bulunmuş olur.

Yukarıda presizyon katsayısının karesi olan deymimin

$$h^2 = \frac{\omega}{2r} \cos(kx - \omega.t)$$

şeklinde ifadesi, (4.32)'den alınıp eşitlenirse

$$\frac{1}{m^2} = \frac{\omega}{r} \cos(kx - \omega.t)$$

$$r = m^2 \omega \cos(kx - \omega.t) \quad (4.33)$$

yoğunluk değişme katsayısını saptama olanağı verir. Buna göre (4.25) ve (4.33) deyimleri ile verilen enerji ve yoğunluk dalgaları birbirlerine dik dalgalardır. Enerji azalırken yoğunluk artar. Aynı

zamanda r bir operatörün niteliğinin de ölçüsü olabilir. Daha uygun sonuçlar için, bir dalga katarında, grup hızı kavramına gidilirse (16.s.910-911),

$$u_{gr} = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{1.64R}\right)^2} \quad (4.34)$$

bulunur. Burada R optik aletin veya giden ışının efektif yarıçapı ve c de ışık hızıdır. Yöneltilen dalganın boyu ise

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{1.64R}\right)^2}}$$

olup (16.s.886-887); aynı dalga boyu, alet ile hedef arasındaki uzaklığa ve ilmek sayısına bağlı olarak $\lambda_g = 2l / n$ şeklinde verilebilir (16.s.911). Bunlara göre önce hedef uzaklığı ve yinelenme sayısından λ_g yöneltilmiş ışının dalga boyu, sonra λ taşıyıcı ışınların boyunu ve sonra (4.34)'ten (u_{gr}) grup hızı bulunur. Açısal hız, dalga numarası (k) ve grup hızı (u_{gr}) 'na bağlı olarak $\omega = k \cdot u_{gr} = 2\pi / \lambda \cdot u_{gr}$ 'dir ve ilgili yerlerine konulur. Yukarıda (4.33) ile verilen r yoğunluk değişmesinin maksimumu gereklidir. Bu nedenle cosinüs'ünün maksimum değeri 1 olup, uygulamada $r = \omega \cdot m^2$ deyimini kullanılmalıdır. Yine (4.33) deyimini

$$kx - \omega t = \arccos\left(\frac{r}{m^2 \omega}\right) \quad (4.35)$$

şeklinde yazılırsa, ölçmelerin zaman açısından kontrolü için gerekli deyim bulunmuş olur.

Bir ölçme işleminde olanağı olduğunca titiz, aynı özenle ölçmeler yapılması istenir. Bu da olasılık yoğunluğunun değişmemesi ile kontrol edilebilir. Buna göre eşit özende gerçekleştirilmiş ölçmelerde r değerleri birbirine yakındır.

Yukarıda yoğunluk değişmesi deyiminde açısal hız, ölçmelere gösterilen özen, başka deyişle yinelenmeye bağlı olarak büyür. Açısal hız (ω)'nın büyümesi, alet presizyonuna değin küçülebilir ve belli bir m karesel ortalama hatadan küçük olamaz. Bu nedenle (4.35) deyiminde $\arccos(r / m^2 \omega)$ terimi, alete ve operatöre bağlı olarak 1'e yaklaşır.

4.2. Tartışma

Hata kavramının evrenin ayrılmaz bir parçası olduğu varsayımı ile, uzaydaki yayılışlarının ışığa modüle olmuş şekilde ele alınışı, yöntem bölümündeki teoremin kanıtı ile verilmiş olmaktadır. Teoremin getirdiği en önemli sonuçlardan biri, hatanın bir potansiyelden türediği ve dalgasal özellik gösterdiğidir. Çünkü elde edilen (3.36) ve (3.37) denklemleri birer dalga denklemidir ve ışık hızını içermektedirler.

Sonuçlar ayırıtında ise, hataların dalga şeklinde uzayda yayılmalarının akla getirdiği bazı sorular yanıtlanmaya çalışılmıştır. Bunlara göre hataların dalga yapısını içermeleri durumunda, impuls responsları (nokta dağılma fonksiyonları) fikrini ortaya çıkarmaktadır. Anılan durum özellikle fotogrametri ile ilgili olup (4.14) numaralı denklemde β^2 katsayısı, söz konusu responsu deyimlemektedir. Çünkü β^2 'nin boyutu impuls boyutundadır. Bu durumu ile denklem, hem ikinci bölümde verilen Abbe kuramına, hem de Levitin, L. (1976) tarafından verilen sonuçlara ters düşmemektedir. Denklem bir resim veya görüntü olgusunda uzaysal frekanslardan, zamansal frekanslara geçerken nokta dağılmasını ve $\Delta v = 1/t$ ile de frekans belirsizliklerinin oluş biçimini deyimlemektedir. Aynı zamanda Lowenthal, S. ve Chavel (1976)'nın verdiği sonuçlara da ters düşülmemiştir. Çünkü görüntülerin $\mathcal{E}$ toplam paralaks hataları ile oluşmasının varsayımı, zaten (2.12) ile verilen denklemin geçerli olduğunun varsayımı ile olanaklıdır. Sözü edilen (4.14) denklemi ile bir resim üzerindeki ortalama zaman etkilerini, emülsiyonun

aydınlanmaya olan yanıtlarını dengeleme yardımı ile elde etmek olanaklıdır. Karşılıklı yöneltmede çekimlerin hem zaman olmaması nedeniyle oluşan, zaman paralakslarının ve değerlerinin elde edilişi de olanaklıdır. Yalnız, (4.14) denkleminde altı bilinmeyen olması nedeniyle dengelemenin yapılabilmesi için en az yedi noktaya gerek vardır.

Verilen kuram en küçük kareler yöntemine de ters düşmemekte, minimum olma koşulunu sağlayan çözümler verebileceği için; sorun kendiliğinden minimum hataların kareleri toplamını minimum yapan çözümlere dönüşmektedir. Ayrıca hata denklemi olarak daire denkleminin kullanılması durumunda, koordinatlar ile potansiyeller arasında bir geçişin olabileceğini ima etmektedir. (4.21) denklemi ile k potansiyelinin bulunuşu, vektör alanları gibi hata alanlarının da olduğunu vurgulamaktadır. Asıl önemli olan hataların, bir potansiyele sahip olduğu ve potansiyel bir büyüklük olarak ele alınması gerekliliğidir. Çünkü her ölçme aygıtı, her ölçme ve uzay belli bir hata potansiyeline sahiptir.

Nokta dağılmasının β^2 ile deyimlenmesi yine fotogrametride resim hataları yolu ile kontrast yorumunun yapılabileceği ve yorucu Fourier dönüşümlerinden kurtulunabileceği izlenimi vermektedir. Çünkü her resim üzerinde her noktadaki nokta dağılması farklı olduğu gibi, makro veya mikro densitometre ile yoğunluk okumaları da farklı olacaktır.

Hataların dalga şeklinde yayılışlarının varsayımı, yeni kavramların doğmasına da neden olmaktadır. Sonuç olarak varılan bu kavramlardan en önemlileri hata gücü ve yoğunluk değişmeleridir. Bunlara göre hata yapılabilmesi için bir minimum iş ve enerjiye gerek vardır. Uzaydaki hata yayılışının (4.27) deyimini gereğince minimum iş prensibini sağlayacak ve buna bağlı olarak düzeltme kareleri toplamının bir minimumdan geçecek şekilde gerçekleşmesidir. Söz konusu ilkenin getirdiği en önemli sonuç, minimum iş prensibinin hatalar kuramında da geçerli olduğudur.

Ayrıca düzeltme kareleri toplamının minimum olması, evrenin yapısı gereği olarak ortaya çıkmaktadır.

Öte yandan normal dağılım yasası ile verilen olasılık frekansının, düzeltmelere bağlı olarak, dalga kuramı yolu ile de elde edilebilmesi, klasik kurama ters düşmez. Ancak ona olasılık yoğunluklarının, uzay içinde aktığı ve değişken olduğu kavramını ekler ki; bu da ikinci bölümde değinilen (2.3) numaralı deyimın içeriği ile çelişki oluşturmaz. Zamandan bağımsız ölçmeler durumunda, tümüyle normal dağılım yoğunluğunu verir.

Bulunan (4.35) deyiminin hem karesel ortalama hata hem uzay hem de zamanı içermesi; ölçme presizyonu ile harcanan zaman arasında ilgi kurabilme olanağını sağlar. Bununla bir ölçmenin zaman açısından da değerlendirme olanağını verir.

Hatalar mutlak değer olarak daima düzeltmeye eşit alınamazlar. Çünkü varılan sonuçlara göre hata, uzay ve zamanın dairesel fonksiyonları şeklinde düzeltme türünden değişik değerler almaktadır. Ancak maksimum genliklerde hata ile düzeltme mutlak değerce eşit olmaktadır.

Cisimler üzerine etkiyen evrensel doğa kuvvetleri ve bunlar üzerinde gözleme yapan bir gözlemcinin dalga numarası sabit olduğuna göre, varılan $E_{\min} = \frac{1}{4}kF\{vv\}$ sonucu gereğince,

Tienstra, J.M. (1974)'nin de işaret etmiş olduğu gibi, bir deneyde belli değişkeni gözleyen kimse ender olarak özdeş sonuçlar elde edebilir. Başka bir deyişle evrende olan her olay, sürekli ve yenilenme eğilimindedir. Ayrıca (4.27) deyiminde uzay ve zaman boyutunun özdeş olduğu $kx \equiv \omega.t$ durumu için, ne bir hatadan ne de bir düzeltmeden söz etme olanağı vardır. Çünkü (4.25) ile verilen enerjinin değişmesi ortadan kalkar, sıfıra gider. Bu ise hata potansiyeli olmayan bir uzay demektir ki, başka bir evren yapısı önermek gerekir. Limit hız c ışık hızı olduğuna göre, gözlenebilen en büyük x uzaklığı, daima ışık sinyallerinin aldığı yoldan küçük ($x \ll c.t$) kalacaktır. Bu nedenle hata dalgasının içeriğinden

dolayı $\{\mathcal{E} = v \sin(kx - \omega t); \omega = kc\}$ hatasız bir evrenden söz etmek olanaksızdır. Söz konusu koşullarda $\{vv\} = \min$ olması ise doğanın yapısı gereğidir.

Hataların dalgasal yapıya sahip olmaları, bir minimum enerjiyle $\{vv\} = \min$ olacak şekilde evrende yayılmaları; idrakçi kuram ile istatistiksel kuram arasındaki geçişi sağlamaktadır. İdrakçi görüş ile varılan bir dalga kuramına göre, hatalı bir uzay kavramı ne denli gerçek ise, yine aynı kuramla elde edilen ve istatistikçi görüşün söylediği $\{vv\} = \min$ olması savı da o denli gerçektir. Başka deyişle düzeltmelerin karelerin toplamının bir en küçük olması, evrensel kurallardan biridir. Çünkü kendi galaksimiz kadar, öteki galaksilere de gidilse aynı kural yürürlüktedir.

Sonuç olarak hata, ne tümüyle istatistiksel bir büyüklük ne de tümüyle idrakçi görüşün dediği gibi deterministik bir kavramdır. Her ikisini de kendi içeriğinde saklı tutan evrenin belirsizliğidir. İki kuramın getirdikleri de hata kavramını açıklamak ve kavramak için kullanılan araçlardır. Daha açık olarak Hirvonen, R.A. (1971)'nin işaret ettiği gibi hata ilk kavram (priori), düzeltme ise onun ortaya çıkardığı son (aposteriori) kavramdır.

LİTERATÜR LİSTESİ

- ALGÜL, E. 1971. "Tatbiki Yersel Fotogrametri". D.S.İ, Etüd ve Plân Dairesi Başkanlığı Harita Fen Heyeti Müdürlüğü Yayını, Ankara.
- ALTAN, M. O. 1974. "Stereo ve Monokomparatörlerin Blok Triyangülasyonundaki Rolü ve Kadastro Fotogrametrisine Uygulama". İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- ANONYMOUS. 1974. "Jeodezi II. Ders Notları". İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- ATKINSON, K. B. 1980. "Developments in Close Range Photogrammetry". Applied Science Publishers Ltd., Essex,
- ATKINSON, K. B, 1981. "Yazarın Araştırmacıya Gönderdiği 13 Ocak tarihli Mektup". Depart. of Photog. and Surv. University Colloge London, Londra.
- ATÜK, N. 1977. "Hava Fotoğrafları". D.S.İ., Hava Fotoğrafları ve Uzaktan Algılama Fen Heyeti Müdürlüğü Yayını, Ankara.
- AYTAÇ, M. ve M. A. TEKİNSOY. 1976. "Bağımsız Gözlemelerin Genelleştirilmiş Dengelemesi". İ.T.Ü. Dergisi, c. 34, yıl 34, sayı 3, İstanbul.
- AYTAÇ, M. 1974. "Dengeleme-I Ders Notları". (Henüz yayınlanmamıştır), İ.T.Ü., Taşkışla, İstanbul.
- COLLINS, W. G. ve J. L. van CENDEREN, 1974. "Fundamentals of Remote Sensing". Proceedings of the First Technical Session of the Remote Sensing Society, London.
- CONTE, S. D. ve C. de BOOR. 1972. "Elementary Numerical Analysis". McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.
- GHOSH, S. K. 1979. "Analytical Photogrammetry". Pergamon Press, Frankfurt
- GOODY, R. M. ve J. C. G. VJALKER. 1972. "Atmospheres". Foundations of Earth Science Series, Prentice-Hall Inc., New Jersey.

- GÖKÖZ, A. 1977. "Bütün Yönleriyle Fotoğrafçılık". Hüsnü Tabiat Matbaası, İstanbul.
- W. GOTTHARDT, E. 1974. "Dengelemeye Giriş". (Türkçesi AYTAÇ, M. ve C. ÖRMECİ; M. O. ALTAN), Matbaa Teknisyenleri Koli. Şti., İstanbul
- GROSMANN, W. 1962. "En Küçük Kareler Metoduna Göre Dengeleme Hesaplarının Ana Hatları ve Jeodezide Tatbikatı". (Türkçesi ÖZGEN, G.), Teknik üniversite Matbaası, İstanbul.
- HALLIDAY, D. ve R. RESNICK. 1962. "Physics for Students of Science and Engineering". Toppan Company, Ltd., Tokyo.
- HIRVONEN, R. A. 1971. "Adjustment by Least Squares in Geodesy and Photogrammetry". Frederick Ungar Publish-ing Co., New York.
- ILGİM, B. 1979. "Kısa Atom Bilgisi", Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul.
- İMER, Ü. 1977. "Fotoğraf Sanatı". Geçit Kitabevi, İstanbul.
- KARAYALÇIN, İ.İ. ve C. KÜLÜ. 1968. "Matematik İstatistik". Arkadaşlar Matbaası, İstanbul.
- LEVITIN, L. 1976. "Information Content of an Image". Application of Holography and Optical Data Processing Proceed-ing of the International Conference, Jarusalem.
- LINDENLAUB, J. C. 1976. "Fundamentals of Remote Sensing".Perdue University West Lafayette, Indiana 47907.
- LOWENTHAL, S. ve P. CHAVEL. 1976. "Noise Problems in Optical Image Processing". Application of Holography and Optical Data Processing of the International Conference, Jarusalem.
- MARKS II., R. J., J. F. WALKUP ve M. O. MAGLER. 1976. "Volume Hologram Representation of Space-Variant Systems". Application of Holography and Optical Data Processing Proceedings of the International Conference, Jarusalem.
- MULDER, N. J. 1972. "Interaction of Radiation With Matter". Lecture Notes of Physics Dept, I.T.C. Enschede.

- ÖZBEK, T. 1976. "Evren". İ.T.Ü. Dergisi, e. 34, yıl 34, sayı4, İstanbul.
- ÖZGEN, G. 1965. "Uzaklıkların Ölçülmesinde Elektronik ve Elektro-Optik Metodlar, Trilâterasyon", Arı Kitabevi Matbaası, İstanbul.
- ÖZKAN, M. 1966. "Lineer Cebir ve Analitik Geometri Problemleri". Şirketi Mürettibiye Basımevi, İstanbul.
- PHILLIPS, H. B. 1964. "Vektörel Analiz". (Türkçesi ERGU, N.), Ünimat Basımevi, Ankara.
- RALSTON, A. 1965. "A First Course in Numerical Analysis". McGraw~Hill Book Company, Tokyo.
- RAMO, S. ve J. R. WHINNERY. 1960. "Fields and Waves in Modern Radio". John Wiley and Sons, Inc, New York.
- RICHTMYER, F. K., E. H. KENNARD-ve T. LAURITSEN. 1965. "Modern Fiziğe Giriş". (Türkçesi UZDİLEK, S. M. Ve N. KÜRKÇÜOĞLU), Matbaa Teknisyenleri Basımevi. İstanbul.
- SCHWIDEFISKY, K. 1961. "Fotogrametrinin Temelleri". (Türkçesi TANSUG, B.), Dizerkonca Matbaası, İstanbul.
- SEARS, R. ve W. ZEMANSKY. 1963. "Modern University Physics". Addison-Wesley Publishing Company, Inc., London.
- SOKOLNIKOFF, L S, ve R, M, REDHEFFER. 1966. "Mathematics of Physics and Modern Engineering". McGraww-Hill Book Comp., Tokyo.
- THOMAS, G. B. 1965. "Calculus and Analytie Geometry". Addisön-Wosley Publishing Comp., Inc., London.
- TİENSTRA, J.M., 1974. "Normal Yayılmış Gözlemelerde Dengeleme Teorisi", (Türkçesi AYTAÇ, M. ve C. ÖRMECİ), Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul.
- ULUSOY, E.. 1974. "Dengeleme Hesabı". İnkılâp ve Aka Basımevi, İstanbul.
- UZEL, T. 1976. "Teodolitlerin Yatay Açı Dairesi Bölüm Hatalarının Üstel Fonksiyonlarla veya Polinomlarla İfadesi Üzerine Bir Araştırma". Doktora Tezi, İ.D.M.M.A. Yayını, İstanbul.

- VIENOT, J. C. ve J. P. GOEDGEBUER. 1976. "Optical Filtering of Temporal Frequencies and Related Vistas". Application of Holography and Optical Data Processing Proceeding of the International Conference, Jerusalem.
- WOLF, P. R. 1974. "Elements of Photogrammetry". McGraw-Hill Book Company, New York .
- WYLIE, C. R. 1966. "Advanced Engineering Mathematics". McGraw-Hill Book Comp., Tokyo.

